

استخدام النوافذ للكشف عن الأدوار المتعددة في السلسلة الزمنية

عدي العدوي*، سعد الدين العبدالله**، وفاء عيسى**

(الإيداع: 3 نيسان 2023، القبول: 5 حزيران 2023)

الملخص

إن التحليل الطيفي هو عبارة عن خوارزمية تقدر قوة مكونات التردد المختلفة (طيف القدرة) لدورة المجال الزمني. قد يسمى هذا أيضاً تحليل مجال التردد. والعارض الدوري هو أحد طرائق تقدير الكثافة الطيفية، يتم تحسين الطيف باستخدام النوافذ الطيفية والتي بواسطتها نستطيع الكشف عن أدوار السلاسل الزمنية. تم استخدام مجموعة من النوافذ الطيفية وهي (النافذة المستطيلة (Rectangular window) والنافذة المثلثية أو تعرف أيضاً باسم نافذة بارتليت (Triangle or Bartlett window) ونافذة بارزن (Parzen window) ونافذة توكي (Tukey) ونافذة أسرة كيزر (Kaiser window)) للكشف عن أدوار السلسلة الزمنية باستخدام برنامج الماتلاب MATLAB. حيث بينت النتائج بأن كلاً من النافذة المستطيلة (Rectangular window) ونافذة كيزر (Kaiser window) هي النوافذ التي كشفت عن جميع الأدوار بغض النظر فيما إذا كانت هذه الأدوار متقاربة أم غير متقاربة. وأيضاً جميع النوافذ كشفت عن جميع الأدوار المتباعدة.

الكلمات المفتاحية: التحليل الطيفي، النوافذ الطيفية، العارض الدوري، تحويل فورييه.

* طالب دراسات عليا (دكتوراه)-قسم الإحصاء الرياضي-كلية العلوم-جامعة حلب.

** الأستاذ المساعد في كلية العلوم بجامعة حلب قسم الإحصاء الرياضي.

** المدرس في كلية العلوم بجامعة حلب.

Use Windows to Detect Multiple Cycle in a Time Series

Auday Al-adaoy*, Saad Alden Al-Abdullah **, Wafaa Issa

(Received: 3 April 2023, Accepted: 5 June 2023)

Abstract

Spectrum analysis is an algorithm that estimates the strength of different frequency components (power spectrum) of a time domain cycle. This may also be called frequency domain analysis. The periodogram is one of the methods for estimating the spectral density. The spectrum is refined using spectral windows, by which we can detect the cycle of the time series. A group of spectral windows (Rectangular window, Triangular window or Bartlett window, Parzen window, Tukey window and Kaiser Window) was used to detect the cycle of time series by using MATLAB. Where the results showed that each of the rectangular window (Rectangular window) and Kaiser Window (Kaiser Window) are the windows that revealed all the roles, regardless of whether these roles are close or not. In addition, all the windows revealed all the divergent roles.

Keywords: spectral analysis, spectral windows, periodogram, Fourier Transform.

*Postgraduate Student (PhD)–Dept. of Mathematical Statistics –Faculty of Science–
University of Aleppo

** Assistant Professor at the Faculty of Science, University of Aleppo, Department of
Mathematical Statistics.

**Lecturer at the Faculty of Science at the University of Aleppo.

1- المقدمة: introduction

عند الاهتمام بدورية السلسلة الزمنية فإنه من الأفضل دراستها في نطاق التردد وذلك من خلال تقدير الكثافة الطيفية. في الماضي كلما احتوت البيانات على أكثر من مركبة دورية كان يصعب تحليلها، لكن في عام 1772 اقترح لاغرانج Lagrange طريقة تعتمد على استخدام تابع يمكن من خلاله تحديد مثل هذه المركبات لكن كانت طريقته صعبة جداً وحساسة للأخطاء أو لأي ضجيج في البيانات. أول طريقة استخدمت لإيجاد المركبات الدورية كانت من قبل بايز-بالوت Buys-Ballot 1847 وهي طريقة جدولية سهلة إذا كان هناك دورة واحدة تغطي كامل البيانات. في عام 1879 طور ستوروات ودغسون Stewart and Dodgson هذه الطريقة للحصول على تقدير أفضل للأدوار. وابتكر تومسون Thomson 1876 آلة لإنجاز هذا التحليل ميكانيكياً لاختصار الوقت حيث يمكن لهذا الآلة الكشف عن عشر مركبات دورية بأدوار معلومة وسميت بالمحلل التوافقي وأشار أيضاً ستوكس Stokes 1879 على أن المحلل التوافقي يمكنه تحديد الدور المجهول لمركبة دورية في سلسلة زمنية، (هنداوي، 2017).

عندما يستخدم تحليل فورييه للبحث عن المركبات الدورية بإدوار مجهولة لبيانات تجريبية، ربما نحصل على نتائج مضللة، ثم قدم شومستر 1898 شكل آخر لتحليل فورييه للبيانات التجريبية وهو العارض الدوري Periodogram وعمل على تطويره بدراسات أكثر تعمقاً 1906 – 1900 وطبق فكرة العارض الدوري على عدة بيانات (Bloomfield, 2000).

قدم كولي وتوكي Cooley and Tukey 1965 خوارزمية لحساب تحويل فورييه المنفصل، حيث قلصت هذه الخوارزمية الوقت والجهد بشكل كبير جداً وجعلت إنجاز تحويل فورييه لمجموعة كبيرة من البيانات أمراً سهلاً وهذه الخوارزمية هي تحويل فورييه السريع Fast Fourier Transform واختصارها FFT، (Bloomfield, 2000).

● أهمية البحث:

هناك العديد من السلاسل الزمنية التي تملك أكثر من دور، وبعض هذه السلاسل تكون أدوارها متقاربة، سنقوم بالكشف عن هذه الأدوار باستخدام النوافذ، حيث أن بعض النوافذ لا تكشف عن هذه الأدوار والبعض يكشفها، بالتالي سنحدد النوافذ التي لديها القدرة على الكشف عن الأدوار مهما كانت متقاربة.

● أهداف البحث:

يعرض هذا البحث النوافذ وكيفية استخدامها في تحديد أدوار السلسلة الزمنية من خلال العارض الدوري، وتطبيق عدد من النوافذ على العارض الدوري لتصنيف النوافذ إلى نوافذ لها القدرة على كشف الأدوار ونوافذ تكون قدرتها ضعيفة في الكشف عن الأدوار.

● مشكلة البحث:

إن التحليل الجيد للسلسلة الزمنية يكمن في تحديد مركباتها بشكل واضح، وللمركبة الدورية أثراً هاماً في حال وجودها، لذلك إن البحث عن أدوات وطرائق رياضية تساعد في اكتشاف وجود هذه المركبة خاصة في حال وجود أكثر من مركبة دورية تكون مخفية تماماً بسبب تداخلها وتأثير الاهتزازات العشوائية، من القضايا الهامة في تحليل السلاسل الزمنية.

● الدراسات السابقة:

– قام كل من الباحثين M. T. Y. TADROS و M. A. MOSALAM SHALTOU بدراسة تأثير نوافذ هامنغ وبارزن ومرشح كالمان على التحليل الطيفي للأنشطة الشمسية EFFECT OF HANNING AND PARZEN WINDOWS AND KALMAN FILTER ON THE SPECTRAL ANALYSIS OF SOLAR CONSTANT AND SOLAR ACTIVITIES تم إجراء مقارنة بين تأثير نافذة هامنغ ونافذة بارزن على تحليل الطاقة للأنشطة الشمسية الثابتة والأنشطة السمية (البقع الشمسية والواجهة). وجد أن قوة الكثافة الطيفية باستخدام نافذة

هامنغ كانت أكبر من تلك عند استخدام نافذ بارزن. وأن نافذة هامنغ هي النافذة المفضلة لتحديد المزيد من الترددات التي قد تساعد في تحديد الدورات المختلفة. تم استخدام مرشح كالمان وتم تحديد قوة الكثافة الطيفية قبل وبعد الترشيح لتحديد الترددات الحقيقية. نافذة هامنغ أكثر موثوقية من نافذة بارزن في تحديد الدورات الأقصر. الدورة الرئيسية للنشاط الشمسي (الدورة هي 11 سنة).

- قام الباحث DAVID F. PALMER بتحديد معايير التحيز لاختيار النافذة الطيفية Bias Criteria for the Selection of Spectral Windows يتم تحديد معايير التحيز لتقييم التتابع الطيفية والحدود العليا للتحيز باستخدام نماذج القوة الطيفية. التابع الذي عادة يسمى نافذة "الضرر" يتمتع بأفضل خصائص التحيز. في هذه المقالة وجد أن أفضل تابع نافذة يتم تقييمه على أساس التحيز هو نافذة الـ COS والتي تسمى أيضا نافذة الضرر.

- قام كل من الباحثين Baocheng Bai, Member و Nabil H. Farhat, Fellow بدراسة نوافذ الطيف المثالية لتصوير اختلاف الموجات الدقيقة Diversity Imaging Optimal Spectral Windows for Microwave حيث أن هذه الدراسة تبين أنه بالمقارنة بين أضعف ميزة للتناثر وأقوى ميزة لا يجب أن تكون أقل من الموجة الجانبية. يمكن الحصول على مستوى موجة جانبية مرغوب به عن طريق اختيار نافذة طيفية واسعة بما يكفي. النافذة المثالية لتصوير الموجات الدقيقة هي النافذة ذات مستوى موجات جانبية أقل من مستوى الموجة الرئيسية.

- قام كل من الباحثين Andrew V. Dowd and Michael D. Thanos بدراسة معالجة حركة الشعاع باستخدام النوافذ الطيفية Vector Motion Processing Using Spectral Windows يعد التنقل السريع بين المتجهات عملية شائعة في التحكم بالحرارة الصناعية، حيث أن هذه المقالة توضح إجراء لإنشاء حركة انتقال سلسلة وفعالة بين المتجهات. تسمح المعالجات الخطية البسيطة بتطبيق توابع تعرف باسم النوافذ الطيفية على هذه المشكلة. الهدف من هذه المقالة هو إنشاء معالجة مسبقة لحركة الأنظمة الصناعية يعمل على تحسين الأداء من خلال هيكل مسارات الانتقال لتتناسب بشكل أفضل مع شروط النظام. يتطلب الاختيار الأمثل للنافذة مفاضلة خاصة بالتطبيق لكن هناك بعض الملاحظات العامة يمكن تطبيقها على النوافذ "عندما يكون تيار القمة هو المشكلة فإن نافذة توكي هي الأنسب". من أجل الأداء الشامل والبساطة تعد النافذة الجيبية sin هي الاختيار الأنسب، وتوفر النافذة الكروية أداء أقل قابل للتعديل.

الجانب النظري:

2- تابع التوزيع الطيفي: Spectral Distribution Function

بفرض أنه لدينا سلسلة زمنية نتوقع أن تحتوي على مركبة جيبية بتردد معلوم عندئذ يكون لدينا النموذج:

$$X_t = R \cos(\omega t + \varphi) + Z_t \quad \dots \quad (1)$$

ω تردد الاهتزاز الجيبية.

R سعة الاهتزاز.

φ الطور " نقطة بداية الموجة".

Z_t سلسلة عشوائية مستقرة ما.

إن هذا النموذج يمكن أن يكون بسيط جدا بالنسبة للناحية التطبيقية حيث يمكن أن يتكون اهتزاز سلسة زمنية ما من عدة اهتزازات عند ترددات متعددة ومختلفة بمعنى آخر يمكن أن تهتر البيانات عند ترددات عالية أو متوسطة أو منخفضة عندئذ تصبح العلاقة السابقة بالشكل:

$$X_t = \sum_{j=1}^k R_j \cos(\omega_j t + \theta_j) + Z_t \quad \dots \quad (2)$$

ولكي تكون السلسلة السابقة مستقرة يجب أن تكون $\{R_j\}$ متحولات عشوائية غير مرتبطة بمتوسط معدوم أو $\{\theta_j\}$ متحولات عشوائية تتوزع بانتظام على المجال $(0, 2\pi)$ و $\{R_j\}$ ثابت حيث تكون ثابتة من أجل مسار واحد للعملية، يمكن كتابة العلاقة (2) بالشكل التالي:

$$X_t = \sum_{j=1}^k (a_j \cos \omega_j t + b_j \sin \omega_j t) + Z_t \quad \dots (3)$$

حيث:

$$a_j = R_j \cos \theta_j \quad \checkmark$$

$$b_j = -R_j \sin \theta_j \quad \checkmark$$

وعندما $k \rightarrow \infty$ فإن العلاقتين السابقتين (2) و (3) تملكان عدد غير منته من الترددات، حيث بين وينر *Wiener* وآخرون أن أي عملية مستقرة منفصلة الزمن ومقاسة عند فترات زمنية مساوية لوحدة الزمن يمكن أن تكتب بالشكل:

$$X_t = \int_0^\pi \cos \omega t \, du(\omega) + \int_0^\pi \sin \omega t \, dv(\omega) \quad \dots (4)$$

حيث $u(\omega)$ و $v(\omega)$ عمليات عشوائية مستمرة غير مرتبطة معرفة على المجال $(0, \pi)$. إن الاهتزازات عند الترددات الأعلى من π لا يمكن تمييزها عن الاهتزازات عند الترددات المقابلة لها في المجال $(0, \pi)$ بسبب التناظر عند $\omega = \pi$ وهو تردد نيكويست.

تدعى العلاقة (4) بالتمثيل الطيفي للعملية X_t حيث تتضمن تكاملات عشوائية صعبة الحساب. لذلك نعتبر أن X_t توليفة خطية من الحدود الجيبية المتعامدة لجعل الأمور أكثر سهولة. النقطة الأساسية لتقديم التمثيل الطيفي في العلاقة (4) هي إظهار أن كل تردد في المجال $(0, \pi)$ يمكن أن يسهم بمقدار معين في اهتزاز العملية ومن أجل ذلك نستعوض عن العلاقة (4) نظرا لصعوبة العمليات $u(\omega)$ و $v(\omega)$ ، فيها بتابع آخر هو $F(\omega)$ الذي يدعى تابع التوزيع الطيفي كما تنص عليه نظرية *Wiener-Khintchine*، (Brockwell, Davis, 2002).

نظرية *Wiener-Khintchine*:

من أجل أي عملية عشوائية مستقرة بتابع تغاير ذاتي مشترك $\gamma(k)$ محدود أي أنه يحقق:

$$\sum_{k=-\infty}^{\infty} |\gamma(k)| < \infty$$

فإنه يوجد تابع $F(\omega)$ متزايد بإطراد يدعى تابع التوزيع الطيفي للعملية العشوائية X_t يعرف اعتمادا على العلاقة التالية:

$$\gamma(k) = \int_0^\pi \cos \omega k \, dF(\omega) \quad \dots (5)$$

تدعى العلاقة السابقة بالتمثيل الطيفي لتابع التغاير الذاتي المشترك والتكامل فيها هو تكامل ريمان ستلجس (Champeney 1987).

3- تابع الكثافة الطيفية: Spectral Density Function

إن تابع التوزيع الطيفي هو تابع مستمر ومطرد على المجال $(0, \pi)$ من أجل أي عملية مستقرة منفصلة الزمن غير محددة، فإنه يمكن مفاضلة التابع $F(\omega)$ بالنسبة لـ w على المجال $(0, \pi)$. نرسم للمشتق بـ $f(w)$ أي

$$f(\omega) = \frac{dF(\omega)}{d\omega}$$

ويدعى هذا التابع بتابع الكثافة الطيفية (Koopmans, 1974).

يمكن التعبير عن العلاقة (4) بالشكل:

$$\gamma(k) = \int_0^\pi \cos(\omega k) f(\omega) d\omega \dots (6)$$

تعبّر المعادلة (6) عن تابع التغيرات الذاتي كتحويل جيب تمام بالنسبة لـ $f(\omega)$. وبأخذ التحويل المعاكس لهذا التحويل نحصل على $f(w)$ كمايلي:

$$f(\omega) = \frac{1}{\pi} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \gamma(k) e^{-i\omega k} \dots (8)$$

أي أن الكثافة الطيفية (Shumway, Stoffer, 2011).

$$f(\omega) = \frac{1}{\pi} \left[\gamma(0) + 2 \sum_{k=1}^{\infty} \gamma(k) \cos(\omega k) \right] \dots (9)$$

4- العارض الدوري: Periodogram

تتلخص هذه الطريقة باستخدام مجموعة أكبر من التتابع المثلثية المستقلة خطيا بترددات متساوية المسافة فيما بينهما أي ترددات فورييه بغية انشاء شبكة جيدة بقدر كافي للكشف عن أي سلوك دوري متوقع في السلسلة الزمنية. أي أنه يتم من خلال العارض الدوري تقسيم تقلبات السلسلة الزمنية إلى مركبات جيبية عند ترددات فورييه وتدعى المركبة الجيبية عند تردد فورييه w_j بالتوافق j . حيث يمكننا تمثيل سلسلة فورييه المنتهية من أجل السلاسل الزمنية المنفصلة (هنداوي، 2017):

$$X_t = \mu + \alpha \cos \omega t + \beta \sin \omega t + w_t$$

بالشكل:

$$x_t = a + \sum_{j=1}^{\frac{n}{2}-1} \left[a_j \cos\left(\frac{2\pi j t}{n}\right) + b_j \sin\left(\frac{2\pi j t}{n}\right) \right] + a_{\frac{n}{2}} \cos \pi t$$

حيث $t = 1, 2, \dots, n$ و $a_{\frac{n}{2}}$ و a_0 و a_j و b_j وسطاء ينبغي تقديرها وعددها n . و X_t متغير تابع والمتغيرات

التالية:

$$\cos\left(\frac{2\pi t}{n}\right), \sin\left(\frac{2\pi t}{n}\right), \cos\left(\frac{4\pi t}{n}\right), \sin\left(\frac{4\pi t}{n}\right), \dots, \cos\left(\frac{2}{n}\left(\frac{n}{2}-1\right)\pi t\right), \sin\left(\frac{2}{n}\left(\frac{n}{2}-1\right)\pi t\right), \cos \pi t$$

هي n متغير مستقل.

والوسطاء $a_{\frac{n}{2}}$ و a_0 و a_j و b_j تكتب بالعلاقات التالية:

$$a_0 = \bar{X}$$

$$a_{\frac{n}{2}} = \frac{1}{n} \sum (-1)^t x_t$$

$$a_j = \frac{2}{n} \sum x_t \cos\left(\frac{2\pi jt}{n}\right); j = 1, 2, \dots, \frac{n}{2} - 1$$

$$b_j = \frac{2}{n} \sum x_t \sin\left(\frac{2\pi jt}{n}\right); j = 1, 2, \dots, \frac{n}{2} - 1$$

تحتوي سلسلة فورييه x_t على n وسيط لتقدير n مشاهدة وبالتالي نستطيع جعل هذا النموذج يوافق تماما بيانات السلسلة. وهذا يضمن عدم وجود درجات حرية للخطأ. نقوم بحساب مقدرات للمعاملات عند جميع ترددات فورييه ومن ثم نوجد المقدار $P\left(\frac{j}{T}\right)$ الذي يمثل مربع سعة الاهتزاز

$$P\left(\frac{j}{T}\right) = \hat{a}^2\left(\frac{j}{T}\right) + \hat{b}^2\left(\frac{j}{T}\right)$$

ومن ثم نبحث عن قيم $P\left(\frac{j}{T}\right)$ الكبيرة نسبيا.

أو من خلال العارض الدوري الخام $I(\omega_j)$ باستخدام تحويل فورييه المنفصل

$$I(\omega_j) = |d(\omega_j)|^2$$

حيث يعطى تحويل فورييه المنفصل بالشكل:

$$d(\omega_j) = n^{-\frac{1}{2}} \sum_{t=0}^{n-1} x_t e^{-2\pi i f_j t}$$

حيث

$$f_j = \frac{j}{T}; j = 0, 1, 2, \dots, \frac{n}{2}$$

$$p\left(\frac{j}{T}\right) = \frac{4}{n} I\left(\frac{j}{Tn}\right); j = 0, \dots, \frac{n-1}{2}$$

$$p\left(\frac{j}{T}\right) = \frac{1}{n} I\left(\frac{j}{T}\right); j = \frac{n}{2}$$

5- النوافذ الطيفية: Spectral Windows

النافذة الطيفية هي إحدى طرائق تنعيم العارض الدوري والتي تقوم من خلالها بتوليد أوزان مختلفة تستخدم للتنعيم، وتستخدم النوافذ من أجل: عزل مجموعة معينة من الترددات وذلك عندما تكون مكونات التردد العالية هي ترددات وهمية. تجعل النوافذ التردد أكثر تركيزا في عدد موجات أقل وبالتالي فهي تقلل التسرب الذي يحدث عند تطبيق تحويل فورييه السريع حيث أن القوة الطيفية تتسرب إلى قيم التردد المجاورة. لأنه من الصعب جدا دراسة السلسلة الزمنية كاملة لأنها لربما تكون السلسلة غير منتهية أو تكون بحجم كبير جدا ويكون من الصعب جدا دراستها لذلك نستخدم النوافذ لدراسة مقاطع جزئية من السلسلة. هناك العديد من النوافذ نذكر منها النافذة المستطيلة (Rectangular window) والنافذة المثلثية أو تعرف أيضا باسم نافذة بارتليت (Triangle or Bartlett window) ونافذة بارزن (Parzen window) ونافذة توكي (Tukey) ونافذة كيزر (Kaiser window)، (Prabhu,2014).

يجب أن تحقق النافذة التي يرمز لها بـ $w(t)$ ، وتحويل فورييه لها $F(j)$ ، الخصائص التالية:

- 1- التابع $w(t)$ حقيقي وغير سلمي.
- 2- التابع $w(t)$ زوجي أي $w(t) = w(-t)$ بالتالي $F(j)$ تابع حقيقي.
- 3- يبلغ التابع $w(t)$ الحد الأقصى له عند $t=0$ أي أن $w(t) \leq w(0)$ من أجل جميع قيم t و $w(t) = 0$ ، $|t| > \tau$ حيث تمثل τ مدة أحادية الجانب للنافذة.
- 4- يكون التابع $F(j)$ موجة رئيسية وموجات جانبية على كلا الجانبين.

5- يكون عرض الموجة الرئيسية ضيقاً قدر الإمكان.

6- تحتوي الموجة الرئيسية على جزء كبير من الطاقة الطيفية.

اعتماداً على الخصائص السابقة اقترح الباحثون عدداً من النوافذ منها.

4-1 نافذة توكي [5] Tukey Window:

تعرف بالشكل:

$$w(t) = \begin{cases} 1 & ; |t| \leq \beta\tau \\ 0.5 + 0.5 \cos \frac{\pi(|t| - \beta\tau)}{(1 - \beta)\tau} & ; \beta\tau \leq |t| \leq \tau \\ 0 & ; o.th \end{cases}$$

بالتالي فإن تحويل فورييه لها:

$$F(j\Omega) = \frac{\sin \left[\frac{\Omega(1 + \beta)}{2} \right] \cos \left[\frac{\Omega(1 - \beta)}{2} \right]}{\Omega \left[1 - (1 - \beta)^2 \left(\frac{\Omega}{\pi} \right)^2 \right]}$$

تمتاز هذه النافذة أنها تتقارب إلى الصفر عند جانبيها. حيث قيمة β هي 0.5. تتحول النافذة من نافذة توكي إلى

نافذة هان بحيث $0 \leq \beta \leq 1$ (Prabhu,2014).

4-2 النافذة المستطيلة Rectangular window:

تُعرف النافذة المستطيلة [1]، والتي تسمى أيضاً نافذة التجميع أو نافذة بوكس كار (*box car window*)، على

النحو التالي:

$$w(t) = \begin{cases} 1 & ; |t| \leq 1 \\ 0 & ; o.th \end{cases}$$

وCTFT تحويل فورييه المستمر لها هو:

$$F(j\Omega) = \frac{2\tau \sin(\Omega\tau)}{\Omega\tau} \quad ; \quad -\infty \leq \Omega \leq \infty$$

يوضح تحويل فورييه لهذه النافذة أن الموجة الجانبية الأولى من هذه النافذة يبلغ تقريباً خمس ذروة الموجة الرئيسية

وأن الموجات الجانبية تتناقص بمعدل $1/\Omega$. إن عرض الموجة الرئيسي الطبيعي للنافذة المستطيلة هو 1،

(Prabhu,2014).

4-3 النافذة المثلثية أو نافذة بارتليت Rectangular or Bartlett window:

يتم إيجاد النافذة المثلثية أو نافذة بارتليت عن طريق التحويل الخطي لنافذتين مستطيلتين بنصف الفترة: $\tau/2$.

وتعرف بالشكل التالي:

$$w(t) = \begin{cases} 1 - \frac{|t|}{\tau} & ; |t| \leq \tau \\ 0 & ; o.th \end{cases}$$

وتحويل فورييه لها بالشكل:

$$F(j\Omega) = \tau \left[\frac{\sin(\frac{\Omega\tau}{2})}{\frac{\Omega\tau}{2}} \right]^2 \quad ; \quad -\infty \leq \Omega \leq \infty$$

إن عرض الموجة الرئيسية لنافاذة بارتليت هو أربعة أضعاف نظيره في النافذة المستطيلة وتتناقص الموجات الجانبية بمعدل $1/\Omega^2$ (Prabhu,2014).

4-4 نافذة بارزن Parzen window:

تعرف بالعلاقة التالية:

$$w(t) = \begin{cases} 1 - 6\left(\frac{|t|}{\tau}\right)^2 \left(1 - \frac{|t|}{\tau}\right); & |t| \leq \frac{\tau}{2} \\ 2\left(1 - \frac{|t|}{\tau}\right)^3; & \frac{\tau}{2} \leq |t| \leq \tau \\ 0 & O.Th \end{cases}$$

تحويل فورييه لها

$$F(j\Omega) = \frac{3\tau}{4} \left[\frac{\sin\left(\frac{\Omega\tau}{4}\right)}{\frac{\Omega\tau}{4}} \right]; -\infty \leq \Omega \leq \infty^4$$

عرض الموجة الرئيس الطبيعي لها هو 4، والذي هو أربعة أضعاف نظيره في النافذة المستطيلة. ومعدل تلاشي الموجة الجانبي $\Omega \rightarrow \infty$; $F(j\Omega) \approx \frac{192}{\Omega^4\tau^3}$ ، وبما أن معدل تلاشي الموجة الجانبي الأول سريع فلا يمكننا مشاهدة الموجات الجانبية الأخرى. وهي نافذة شبيهة بنافاذة بارتليت (Prabhu,2014).

5-4 نافذة كيزر Kaiser window:

تعرف أيضا باسم أسرة توابع نافذة بيسل ذات الترتيب الصفري المثلى من كيزر وتعرف بالعلاقة:

$$w[n] = \frac{I_0 \left[a \sqrt{1 - \left(\frac{2n}{N}\right)^2} \right]}{I_0(a)} \quad 0 \leq |n| \leq \frac{N}{2} \quad \dots 5.29$$

حيث:

$$I_0(x) = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{(m!)^2} \left(\frac{x}{2}\right)^{2m}$$

وتحويل فورييه لها:

$$F(j\Omega) = \frac{sh\left(\sqrt{\beta^2 - \left(\frac{N\omega}{2}\right)^2}\right)}{\sqrt{\beta^2 - \left(\frac{N\omega}{2}\right)^2}}$$

الجانب التطبيقي:

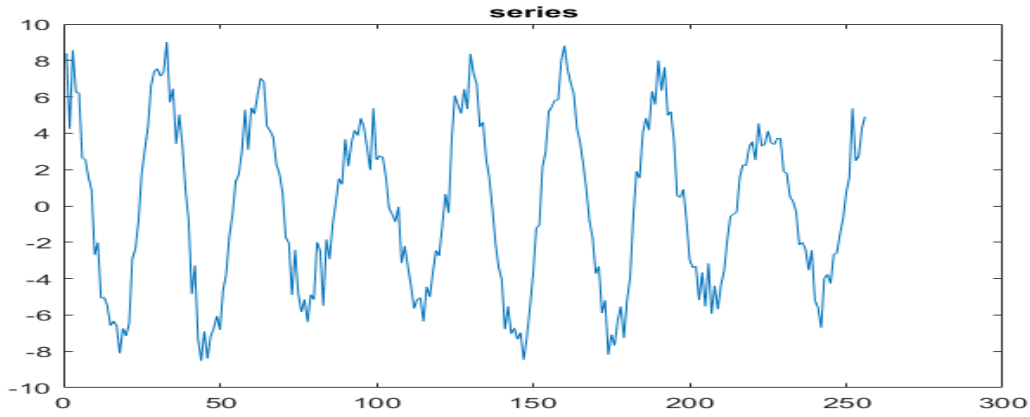
لقياس أداء النوافذ الطيفية سنولد ثلاث أنواع من السلاسل الزمنية باستخدام برنامج الماتلاب بطول 256 مفردة في كل سلسلة زمنية، حيث أن هذه الأنواع الثلاث هي سلسلة زمنية بدورين وسلسلة زمنية بثلاث أدوار وسلسلة زمنية بأربع أدوار، وهذه الأدوار معروفة مسبقاً بالنسبة لنا.

1- سنولد سلسلة زمنية من النوع الأول وهي سلسلة زمنية بدورين هما 25.6 و32 وهما دوران متقاربان.

$$y(t) = 6\cos\left(\frac{2\pi t \cdot 8}{n}\right) + 2\sin\left(\frac{2.5\pi t \cdot 8}{n}\right) + e(t) \quad \dots t = 1 \dots 256$$

حيث $e(t) \sim N(0,1)$ يمثل الضجيج الأبيض

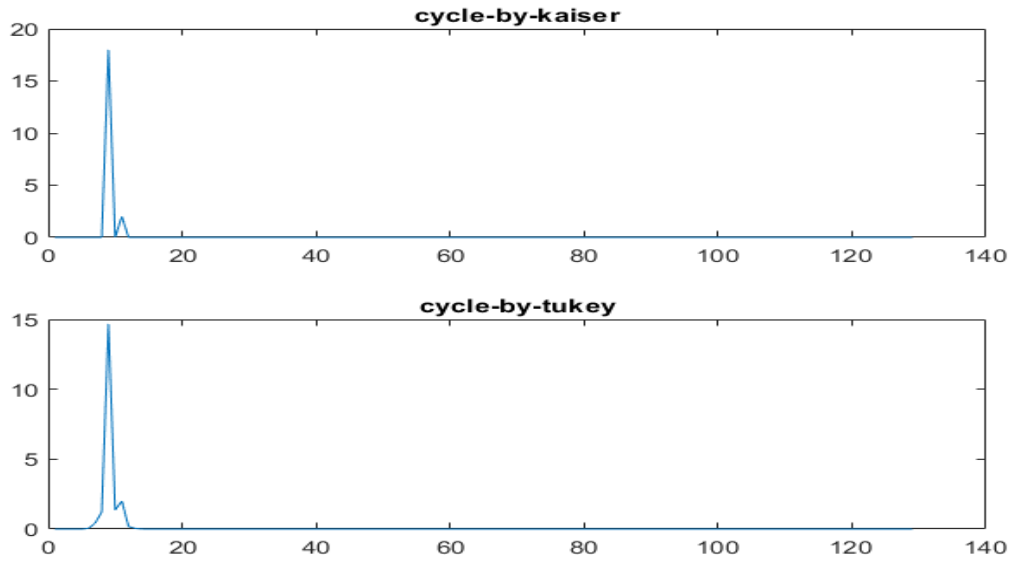
لنرسم الرسم البياني للسلسلة الزمنية.



الشكل رقم (1): الرسم البياني للسلسلة الزمنية

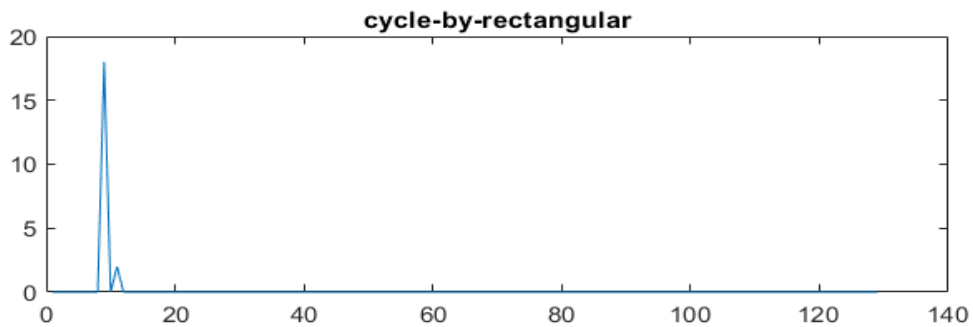
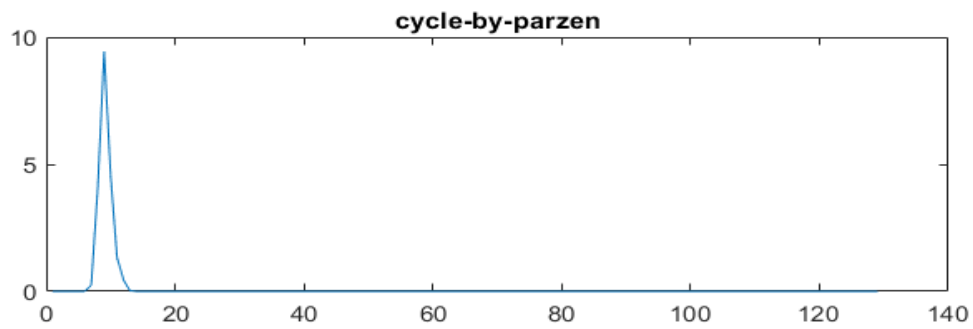
المصدر: من إعداد الباحث اعتماداً على برنامج الماتلاب

نلاحظ من الشكل (1) يبدو أن للسلسلة دور واحد فقط وهذا غير صحيح لأن السلسلة تملك دورين وللكشف عن الأدوار سنقوم بتطبيق العارض الدوري مع النوافذ (المستطيلة وكيزر والمثلثية وتوكي وبارزن) على السلسلة الزمنية $y(t)$.



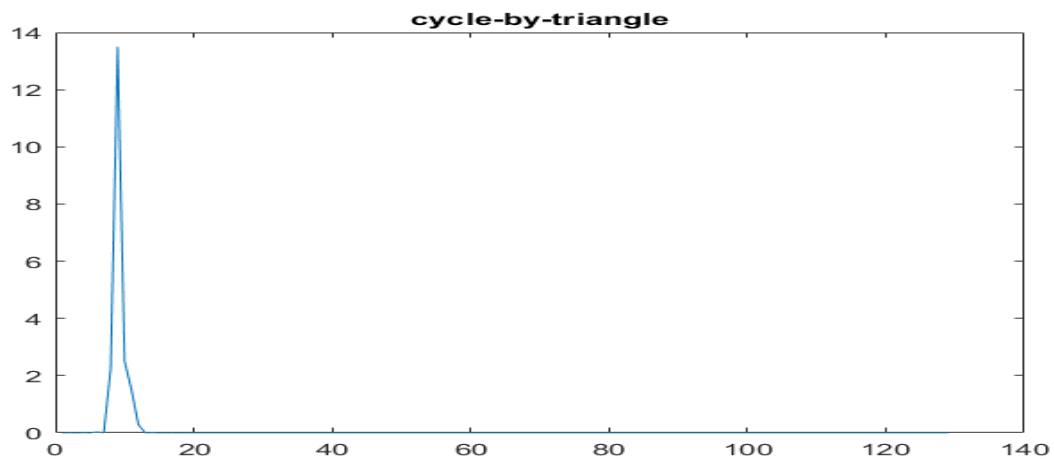
الشكل رقم (2-a): العارض الدوري باستخدام نافذة كيزر ونافذة توكي

المصدر: من إعداد الباحث اعتماداً على برنامج الماتلاب



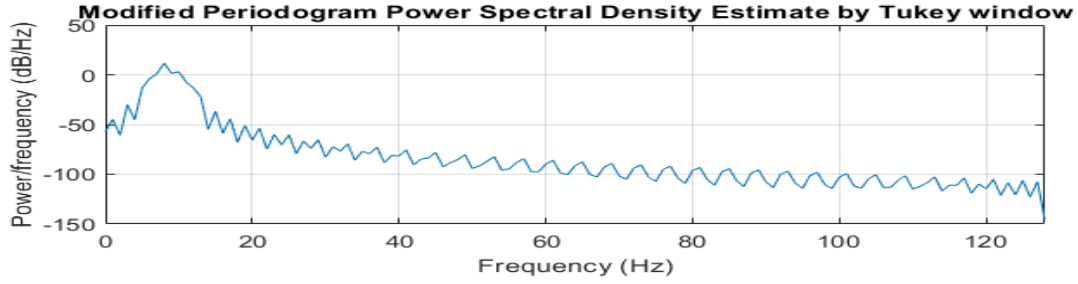
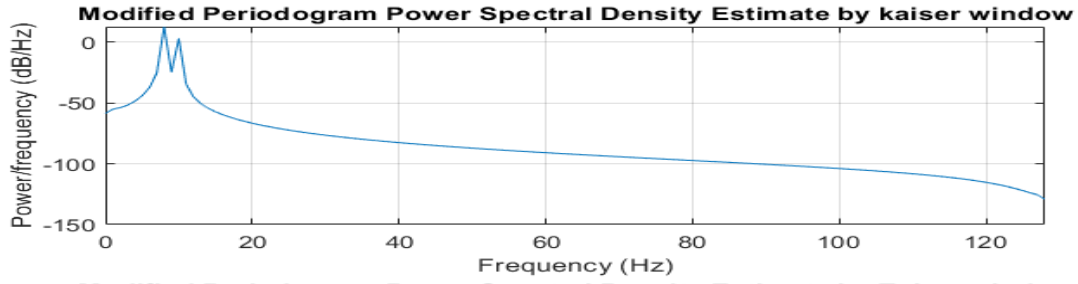
الشكل رقم (2-b): العارض الدوري باستخدام نافذة بارزن والنافذة المستطيلة
المصدر: من إعداد الباحث اعتماداً على برنامج الماتلاب

الشكل رقم (2-c): العارض الدوري باستخدام النافذة المثلثية

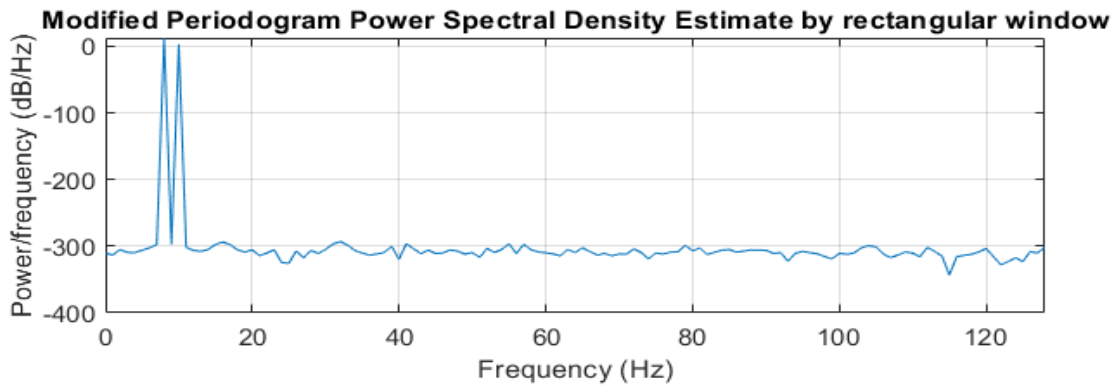
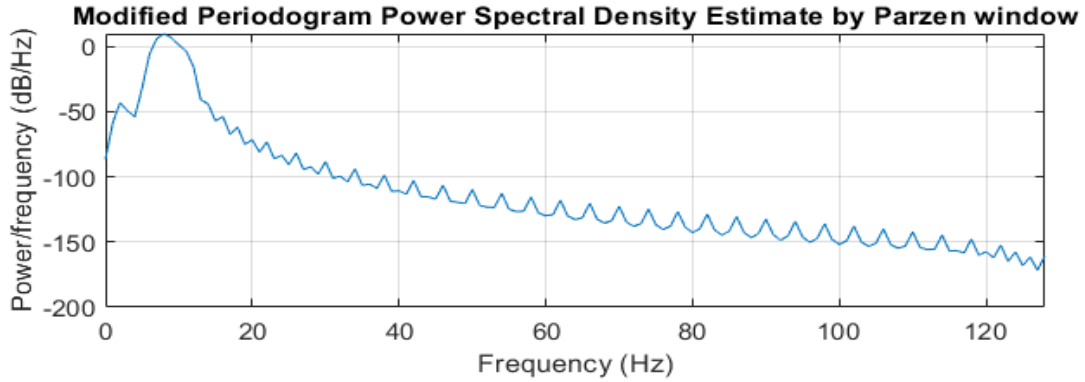


المصدر: من إعداد الباحث اعتماداً على برنامج الماتلاب

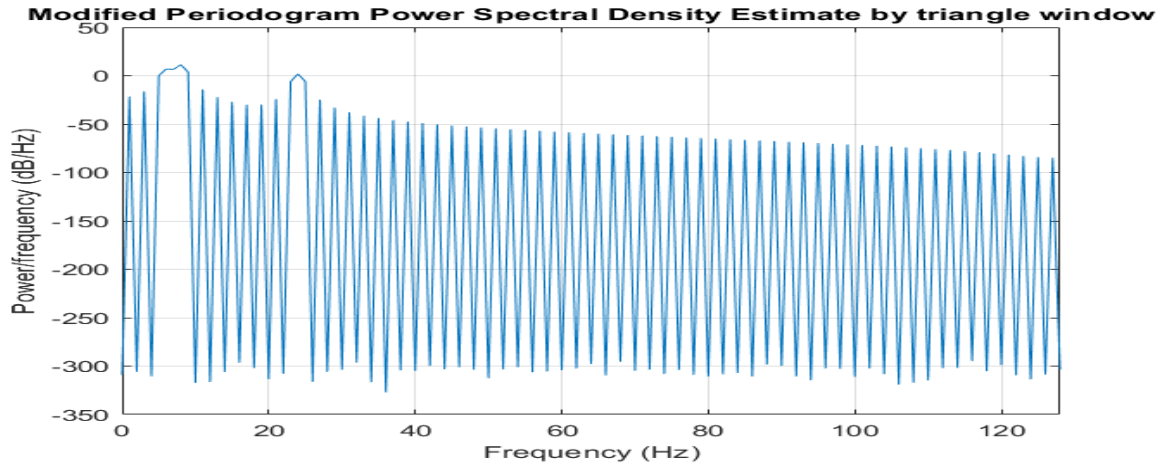
وفيما يلي تقدير قوة الكثافة الطيفية المقدرة باستخدام العارض الدوري المحسن باستخدام النوافذ:



الشكل رقم (2-d): قوة الكثافة الطيفية باستخدام العارض الدوري المحسن بالنافذة (كيزر وتوكي)
المصدر: من إعداد الباحث اعتماداً على برنامج الماتلاب



الشكل رقم (2-e): قوة الكثافة الطيفية باستخدام العارض الدوري المحسن بالنافذة (بارزن والمستطيلة)
المصدر: من إعداد الباحث اعتماداً على برنامج الماتلاب



الشكل رقم (2-f): قوة الكثافة الطيفية باستخدام العارض الدوري المحسن بالنافذة المثلثية

المصدر: من إعداد الباحث اعتماداً على برنامج الماتلاب

من الشكلين رقم (2-a) ورقم (2-e) نلاحظ أن نافذة كيزر كشفت عن الدورين المتقاربين، وأن نافذة توكي أوتحت بوجود دورين لكن لم تكشف عنهما بشكل واضح. من الشكلين رقم (2-b) ورقم (2-e) لاحظ أن النافذة المستطيلة كشفت عن الدورين المتقاربين، أما نافذة بارزن لم تكشف إلا عن وجود دور واحد فقط.

من الشكلين رقم (2-c) ورقم (2-f) نلاحظ أن النافذة المثلثية لم تكشف إلا عن وجود دور واحد فقط..

2- سنولد سلسلة زمنية من النوع الثاني وهي سلسلة زمنية بثلاث أدوار هي 10.667 و 32

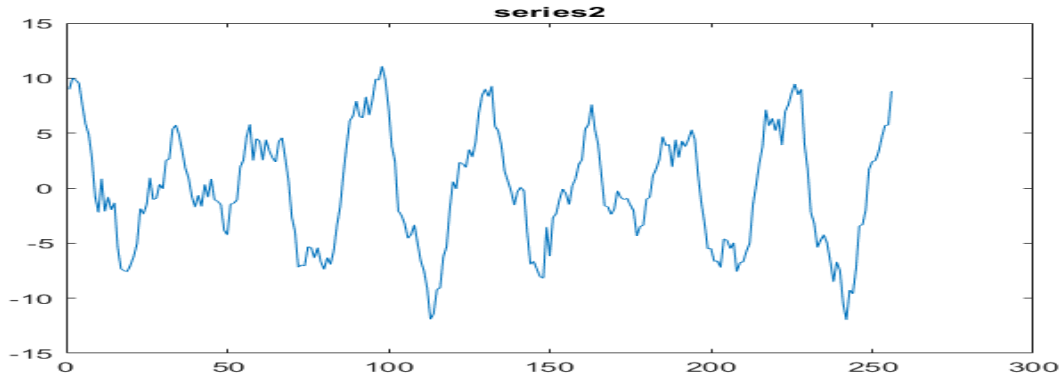
و 42.667 وهذه الأدوار دوران متقاربان (32 و 42.667) ودور بعيد عنهما (10.667).

$$x(t) = 2\cos\left(\frac{2\pi t * 6}{n}\right) + 3\sin\left(\frac{2\pi t * 6}{n}\right)$$

$$y(t) = 6\cos\left(\frac{2\pi t * 8}{n}\right) + 2\sin\left(\frac{6\pi t * 8}{n}\right)$$

$$z(t) = x(t) + y(t) + e(t)$$

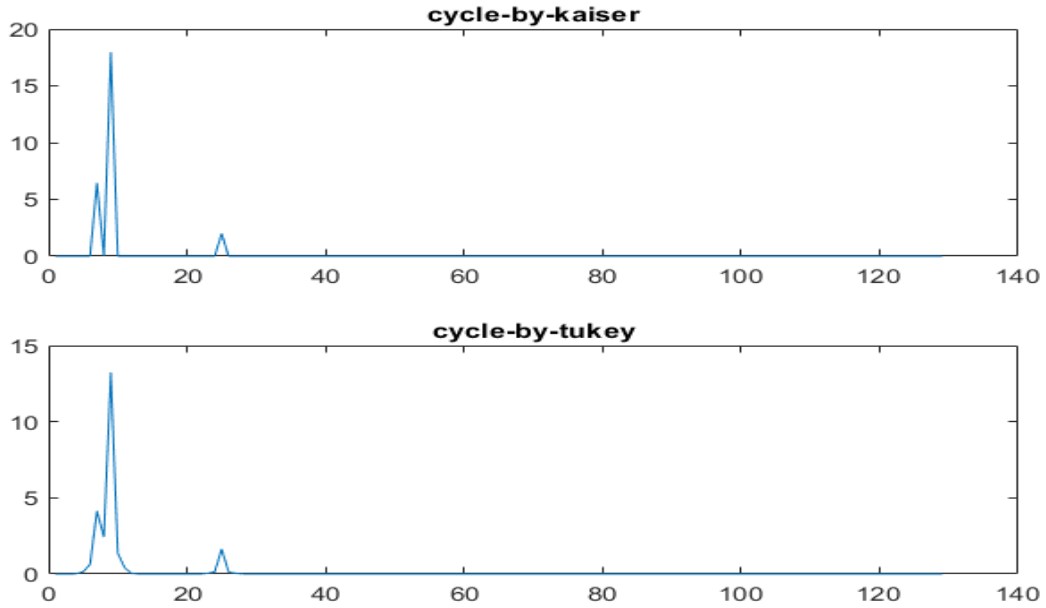
لنرسم الرسم البياني للسلسلة الزمنية $z(t)$.



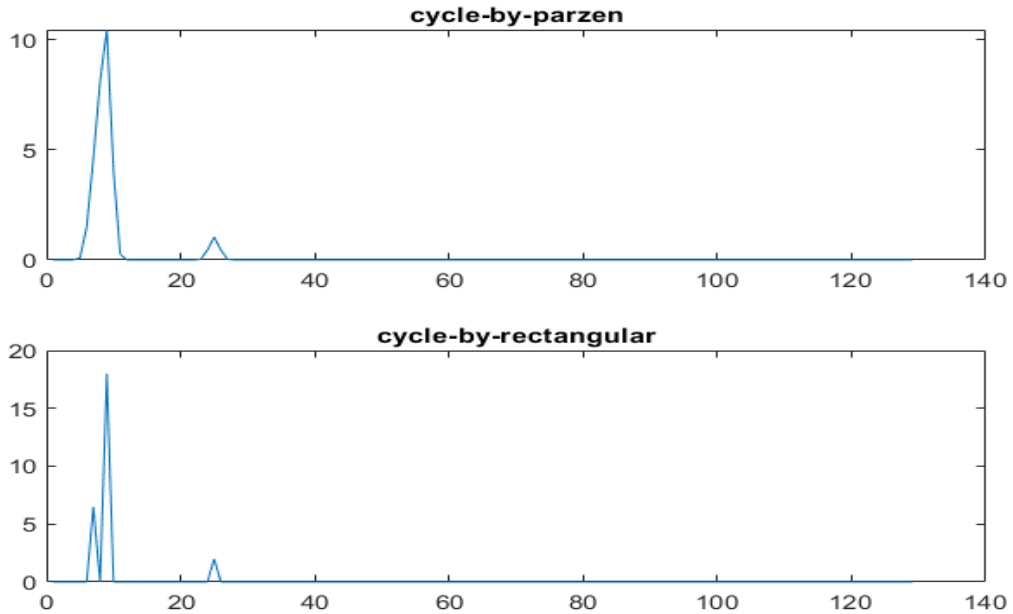
الشكل رقم (3): الرسم البياني للسلسلة الزمنية

المصدر: من إعداد الباحث اعتماداً على برنامج الماتلاب

نلاحظ من الشكل (3) يبدو أن للسلسلة دور واحد فقط وهذا غير صحيح لأن السلسلة تملك ثلاثة أدوار وللكشف عنها سنقوم بتطبيق العارض الدوري مع النوافذ (المستطيلة وكيزر والمثلثية وتوكي وبارون) على السلسلة الزمنية $z(t)$.

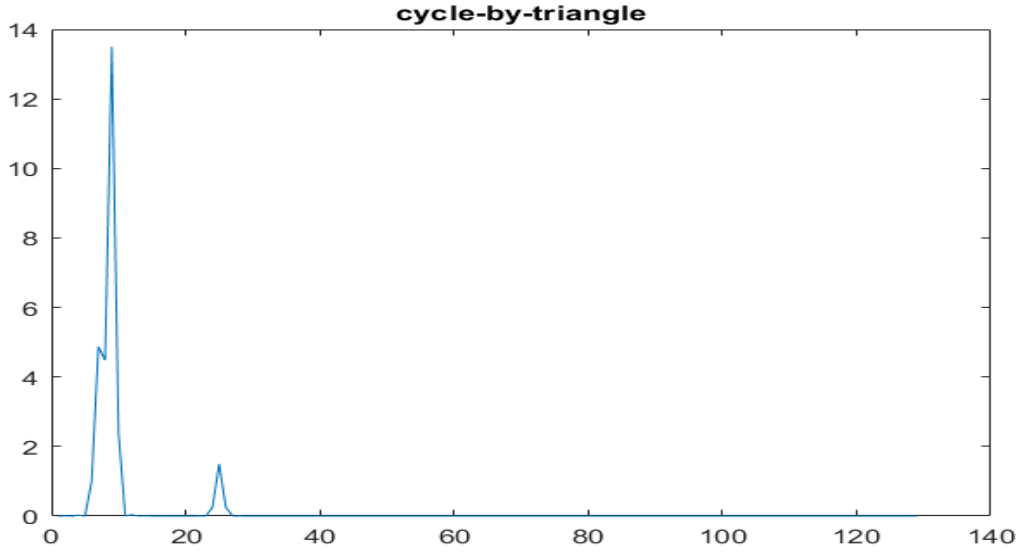


الشكل رقم (4-a): العارض الدوري باستخدام نافذة كيزر ونافذة توكي
المصدر: من إعداد الباحث اعتماداً على برنامج الماتلاب



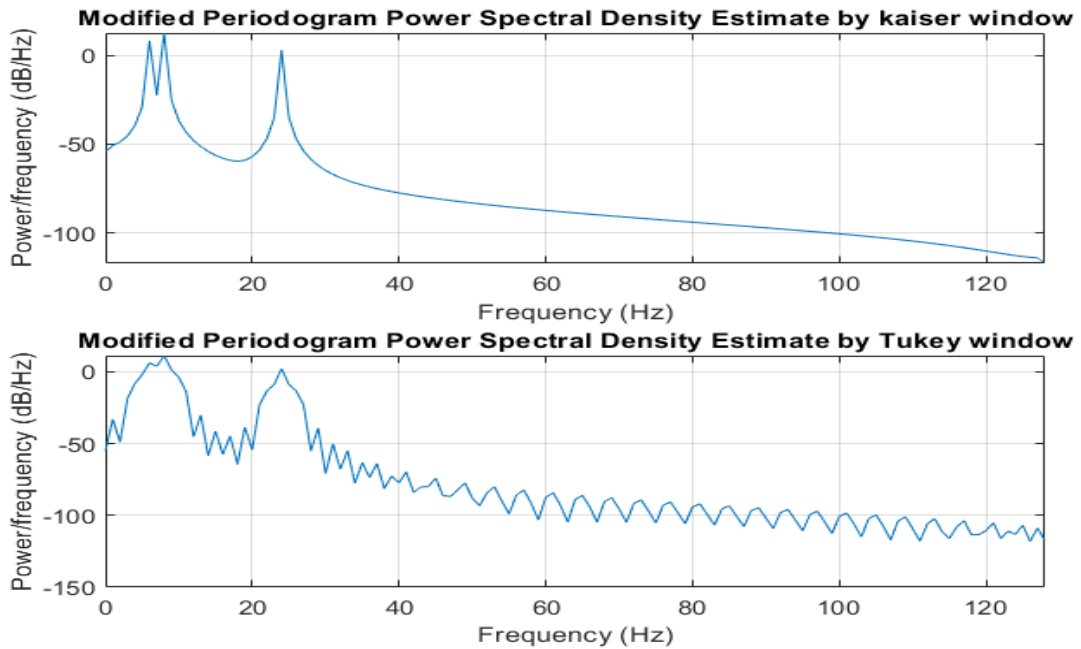
الشكل رقم (4-b): العارض الدوري باستخدام نافذة بارزن ونافذة المستطيلة

المصدر: من إعداد الباحث اعتماداً على برنامج الماتلاب.

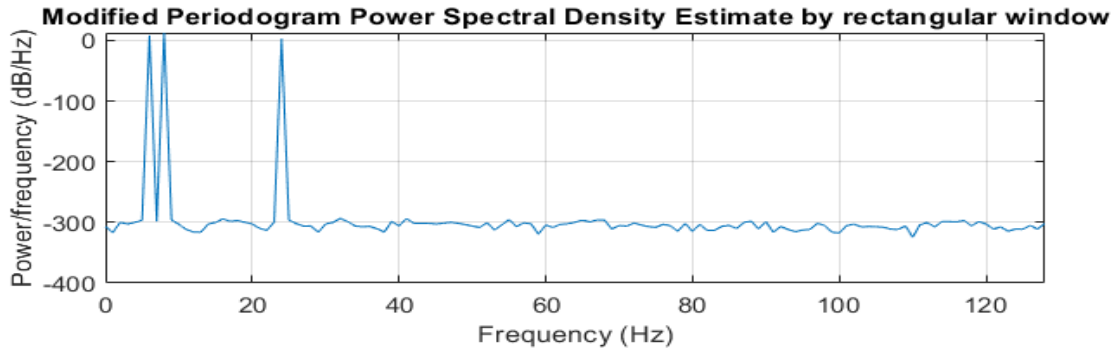
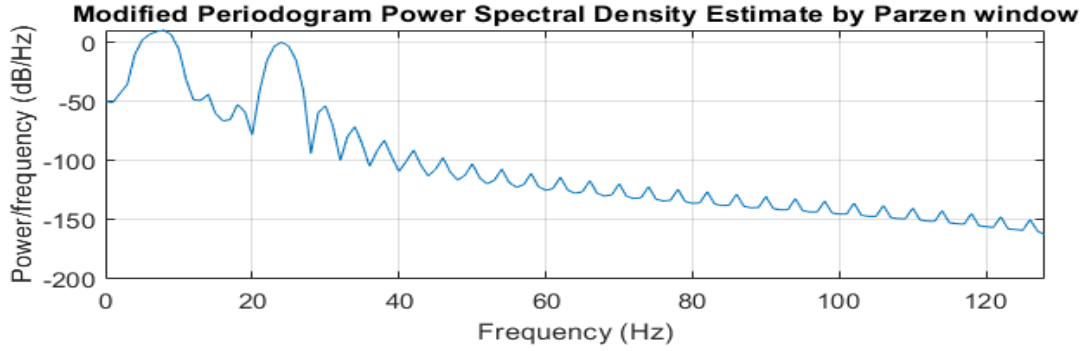


الشكل رقم (4-c): العارض الدوري باستخدام النافذة المثلثية
المصدر: من إعداد الباحث اعتماداً على برنامج الماتلاب

وفيما يلي تقدير قوة الكثافة الطيفية المقدرة باستخدام العارض الدوري المحسن باستخدام النوافذ:

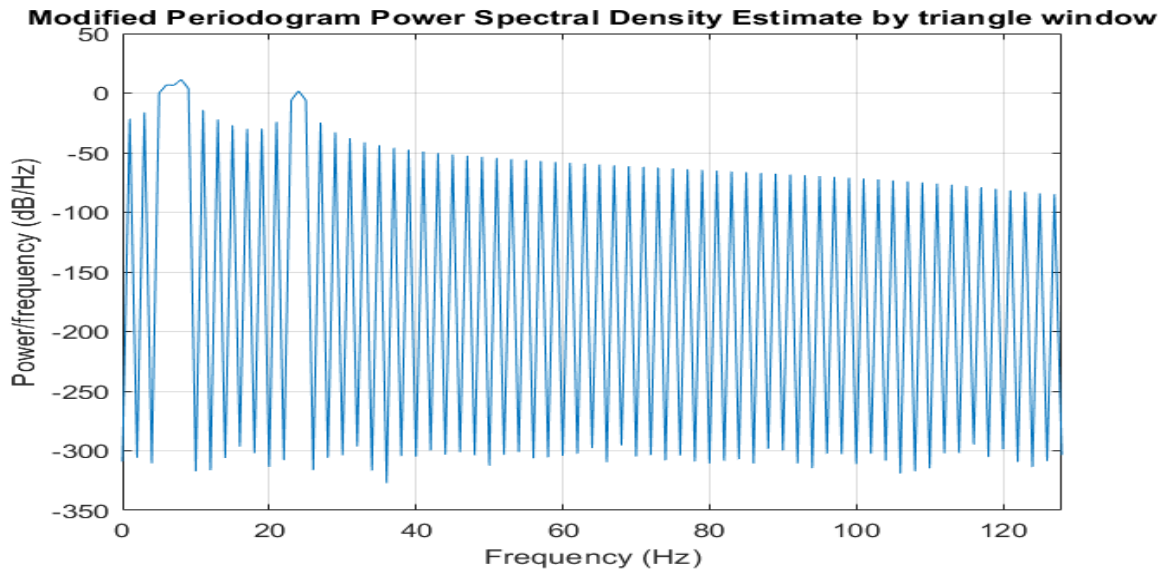


الشكل رقم (4-d): قوة الكثافة الطيفية باستخدام العارض الدوري المحسن بالنافذة (كيزر وتوكي)
المصدر: من إعداد الباحث اعتماداً على برنامج الماتلاب



الشكل رقم (4-e): قوة الكثافة الطيفية باستخدام العارض الدوري المحسن بالنافذة (بارزن والمستطيلة)

المصدر: من إعداد الباحث اعتماداً على برنامج الماتلاب



الشكل رقم (4-f): قوة الكثافة الطيفية باستخدام العارض الدوري المحسن بالنافذة المثلثية

المصدر: من إعداد الباحث اعتماداً على برنامج الماتلاب

من الشكلين رقم (4-a) ورقم (4-d) نلاحظ أن نافذة كيزر كشفت عن الأدوار الثلاثة، وأن نافذة توكي أوجت

بوجود ثلاث أدوار لكن لم تكشف عنهم بشكل واضح.

من الشكل رقم (4-b) ورقم (4-e) نلاحظ أن النافذة المستطيلة كشفت عن الأدوار الثلاثة، أما نافذة بارزن لم تكشف إلا عن وجود دورين فقط.

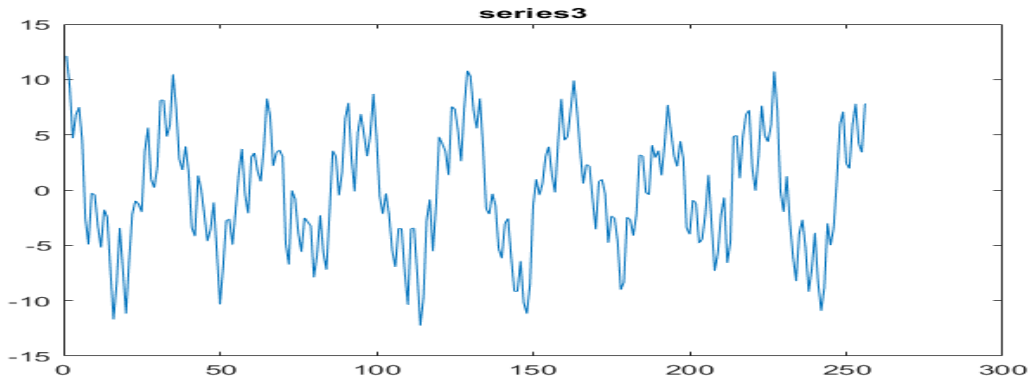
من الشكلين رقم (4-c) ورقم (4-f) نلاحظ أن النافذة المثلثية لم تكشف إلا عن وجود دورين فقط.
 3- سنولد سلسلة زمنية من النوع الثالث وهي سلسلة زمنية بأربعة أدوار هي 10.667 4.2667 و 32 و 42.667 وهذه الأدوار دوران متقاربان (32 و 42.667) ودوران متباعدان عنهما (10.667 4.2667).

$$x(t) = 2\cos\left(\frac{2\pi t * 6}{n}\right) + 3\sin\left(\frac{20\pi t * 6}{n}\right)$$

$$y(t) = 6\cos\left(\frac{2\pi t * 8}{n}\right) + 2\sin\left(\frac{6\pi t * 8}{n}\right)$$

$$w(t) = x(t) + y(t) + e(t)$$

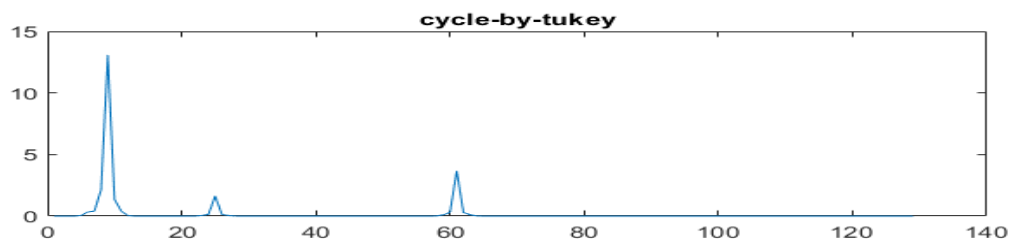
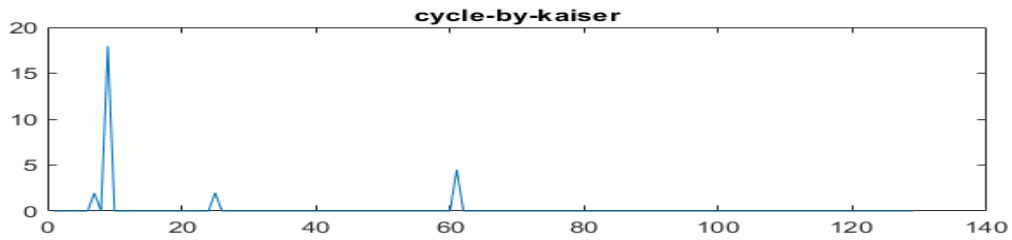
لنرسم الرسم البياني للسلسلة الزمنية $w(t)$.



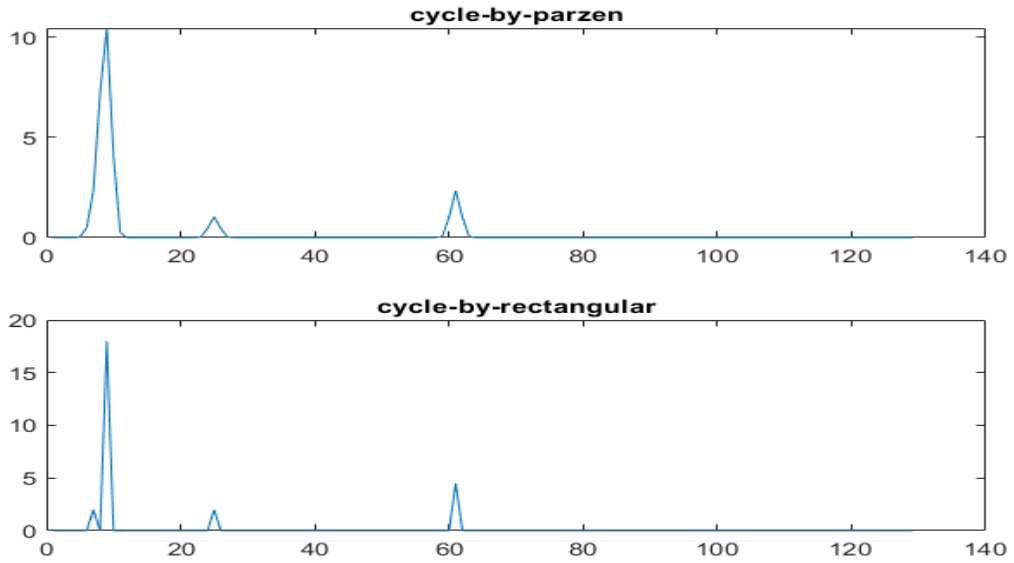
الشكل رقم (5): الرسم البياني للسلسلة الزمنية

المصدر: من إعداد الباحث اعتماداً على برنامج الماتلاب

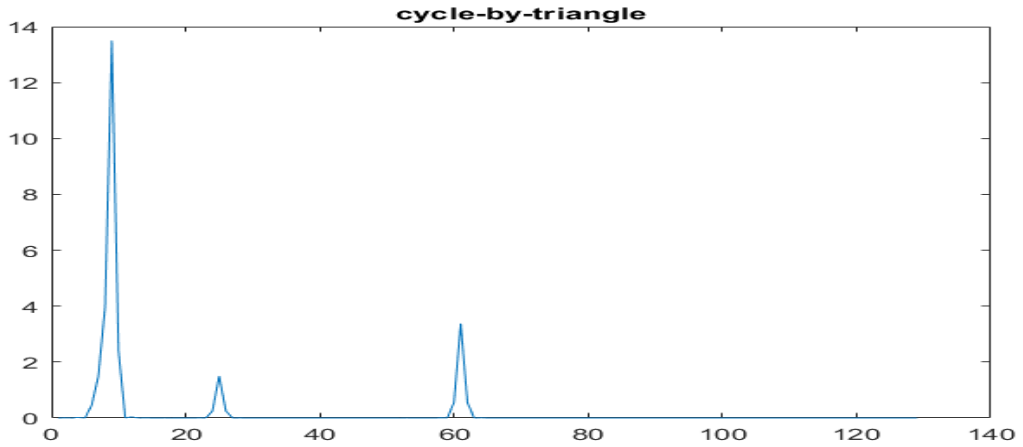
نلاحظ من الشكل (5) يبدو أن للسلسلة دور واحد فقط وهذا غير صحيح لأن السلسلة تملك ثلاثة أدوار وللكشف عنها سنقوم بتطبيق العارض الدوري مع النوافذ (المستطيلة وكيزر والمثلثية وتوكي وبارون) على السلسلة الزمنية $w(t)$.



الشكل رقم (6-a): العارض الدوري باستخدام نافذة كيزر و نافذة توكي
المصدر: من إعداد الباحث اعتماداً على برنامج الماتلاب

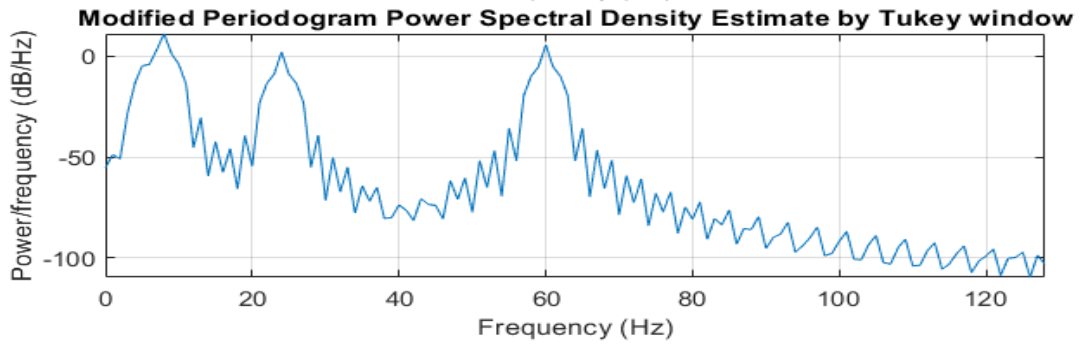
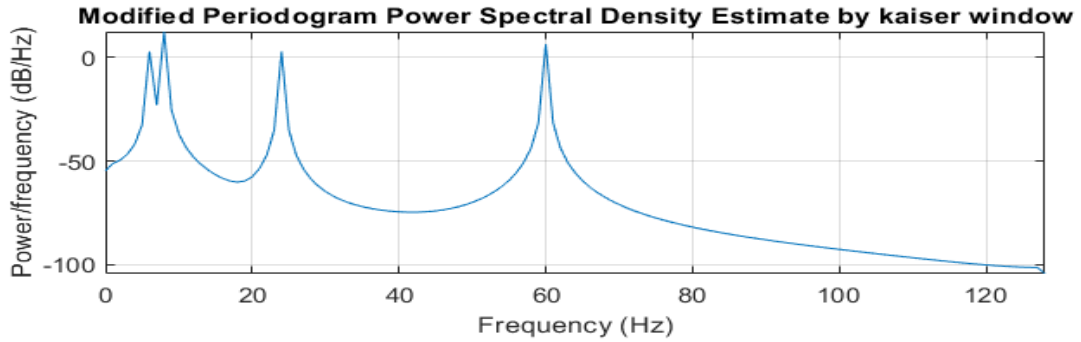


الشكل رقم (6-b): العارض الدوري باستخدام نافذة بارزن و النافذة المستطيلة
المصدر: من إعداد الباحث اعتماداً على برنامج الماتلاب
الشكل رقم (6-c): العارض الدوري باستخدام النافذة المثلثية



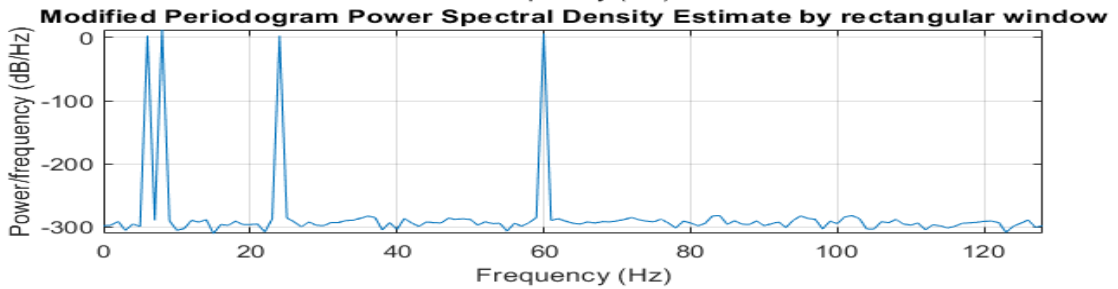
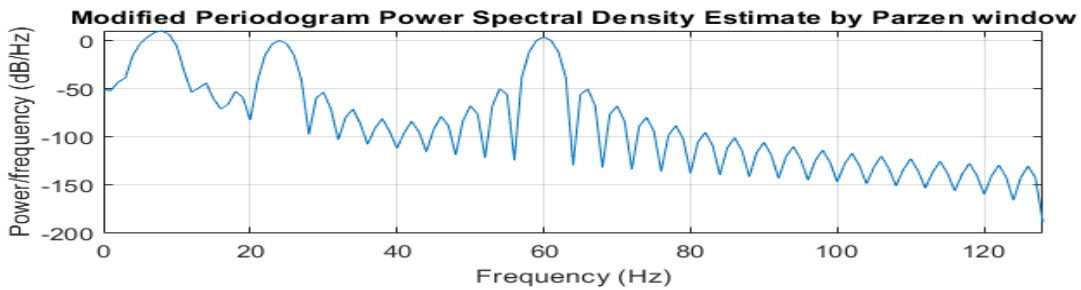
المصدر: من إعداد الباحث اعتماداً على برنامج الماتلاب

وفيما يلي تقدير قوة الكثافة الطيفية المقدرة باستخدام العارض الدوري المحسن باستخدام النوافذ:



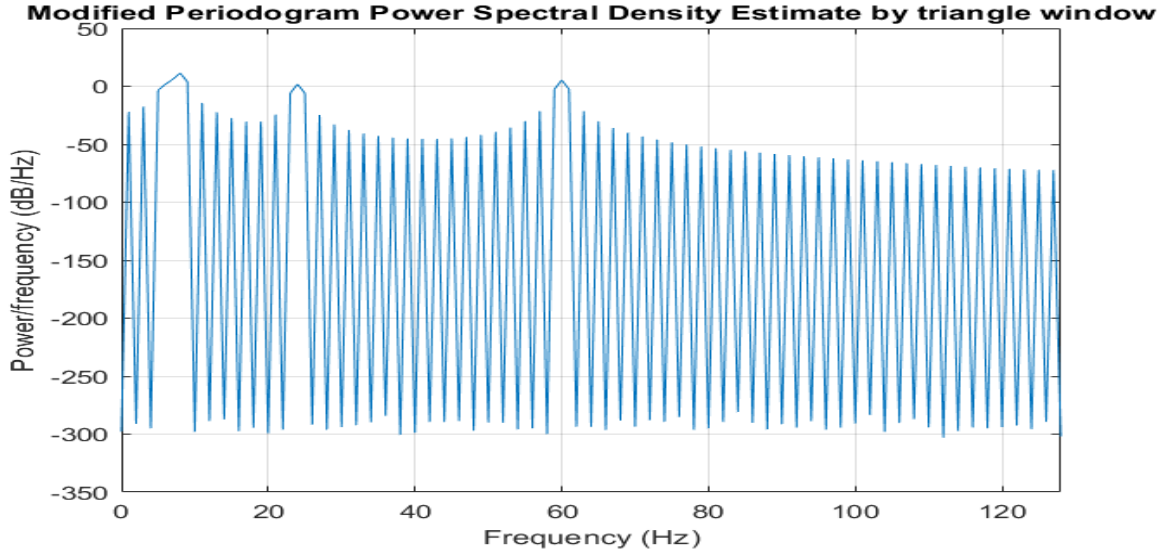
الشكل رقم (6-d): قوة الكثافة الطيفية باستخدام العارض الدوري المحسن بالنافذة (كيزر وتوكي)

المصدر: من إعداد الباحث اعتماداً على برنامج الماتلاب



الشكل رقم (6-e): قوة الكثافة الطيفية باستخدام العارض الدوري المحسن بالنافذة (بارزن والمستطيلة)

المصدر: من إعداد الباحث اعتماداً على برنامج الماتلاب



الشكل رقم (6-f): قوة الكثافة الطيفية باستخدام العارض الدوري المحسن بالنافذة المثلثية

المصدر: من إعداد الباحث اعتماداً على برنامج الماتلاب

من الشكلين رقم (6-a) ورقم (6-d) نلاحظ أن نافذة كيزر كشفت عن الأدوار الأربعة، وأن نافذة توكي أوحى بوجود أربعة أدوار لكن لم تكشف عنهم بشكل واضح.

من الشكلين رقم (6-b) ورقم (6-e) نلاحظ أن النافذة المستطيلة كشفت عن الأدوار الأربعة، أما نافذة بارزن لم تكشف إلا عن وجود ثلاث أدوار فقط.

من الشكلين رقم (6-c) ورقم (6-f) نلاحظ أن النافذة المثلثية لم تكشف إلا عن وجود ثلاث أدوار فقط.

6- الاستنتاجات والتوصيات:

1-5- الاستنتاجات: Conclusions

- 1- الرسم البياني للسلسلة يعجز عن كشف الأدوار المتعددة للسلسلة الزمنية.
- 2- كشفت جميع النوافذ المستخدمة عن جميع الأدوار المتباعدة.
- 3- أوحى نافذة توكي بوجود أدوار متداخلة لكنها لم تكشفهم بشكل واضح وصريح.
- 4- تمكنت كل من النافذة المستطيلة rectangle window و نافذة أسرة كيزر Kaiser window من كشف جميع الأدوار الموجودة في السلسلة الزمنية حتى في حالة الأدوار المتقاربة.

2-5- التوصيات: Recommendations

- 1- نوصي باستخدام كل من النافذة المستطيلة rectangle window و نافذة كيزر Kaiser window للكشف عن جميع الأدوار المحتمل وجودها في السلسلة الزمنية.

7- References:

- 1- Bloomfield, Peter 2000. Fourier analysis of time series. JOHN WILEY & INC. Second Edition.
- 2- Brockwell, Peter J Davis 2002. Introduction to Time Series and Forecasting. Springer.
- 3- D. C. Champeney 1987. A Handbook of Fourier Theorems. Cambridge Univ.

- 4- **L. H. KOOPMANS 1974.** The Spectral Analysis of Time Series. ACADEMIC PRESS.
 - 5- **K.M.M. Prabhu 2014.** Window functions and their applications in signal processing. Taylor & Francis Group, LLC
 - 6- **Robert H. Shumway • David 2011.** Time series analysis and its applications. Springer.
- 7- **هنداوي، مجد 2017.** استنتاج طول الدور لسلسلة زمنية باستخدام طريقة العارض الدوري. رسالة ماجستير علوم في الإحصاء الرياضي، كلية العلوم، جامعة حلب.