تطبيقات على دوال الإنتاج و التكاليف

مفهوم الربح: هو الفرق بين الإيرادات الكلية وبين التكاليف الكلية ، وتحقق المنشأة ربح إذا كان إجمالي الإيرادات أكبر من إجمالي التكاليف.

$$\pi = TR - TC$$

أنواع التكاليف: تكاليف صريحة أو مباشرة، والتكاليف الضمنية

التكاليف المباشرة: هي جميع التكاليف الاتي تدفعها المنشأة للحصول على متطلبات الإنتاج مثل شراء المعدات و الأدوات و المواد الخام وأجور العمالة

التكاليف الضمنية: هي تكاليف الفرص البديلة ، مثلا إذا افترضنا أن مالك المصنع هو نفسه المدير الإداري للمصنع ، فهنا يرى الاقتصادي على عكس المحاسب حيث أن المحاسب لن يدرج راتب للمالك ضمن التكاليف، أما الاقتصادي يفصل بين مدير المنشأة و بين من يملكها ويدرج ضمن التكاليف تعويض للمدير هو عبارة عن تكلفة الفرصة البديلة لعمل المدير و المتمثلة بالعمل الإداري.

مفهوم تابع الإنتاج:

- يقصد بالإنتاج : العملية التي يتم من خلالها تحويل المدخلات والمتمثلة بعناصر الإنتاج (الأرض و رأس المال و العمل)إلى مخرجات.
- ويصف تابع الإنتاج العلاقة بين أقصى ما يمكن أن تنتجه المنشأة من الناتج وبين الكمية المستخدمة من عناصر الإنتاج.
- وبفرض ثبات مساحة الأرض وكمية رأس المال يمكننا اعتبار حجم الإنتاج تابع لكمية العمل فقط وللتعريف بتابع الإنتاج نستعين بالجدول الذي يبين حجم إنتاج معمل من السكاكر من أجل مستويات مختلفة من عدد العمال

عدد العمال	الناتج الكلي TP	الناتج الحدي MP	الناتج المتوسط AP
0	0	0	---
1	50	50	50
2	110	60	55
3	159	49	53
4	182	29	47
5	210	22	42

نلاحظ من خلال الجدول التغير في كميات الصناديق المنتجة من السكاكر و الناجم عن التغير في عدد العمال، فاستخدام العامل الأول أدى لإنتاج خمسين صندوق و إضافة العامل الثاني أدت لزيادة الناتج الكلي بمقدار ستون صندوق ، ويتضح أن مقدار الزيادة في الناتج الكلي في البداية كان كبير مع زيادة عدد العمال ثم بدأت هذه الزيادة بالتناقص مع إضافة المزيد من عنصر الإنتاج المتغير(العمال)

- فالناتج الحدي MP: هو مقدار التغير في الناتج الكلي بسبب زيادة عدد العمال ونلاحظ في الجدول تزايد الناتج الحدي ثم تناقصه مع زيادة استخدام عنصر العمل

ويعبر عنه رياضيا بالعلاقة:

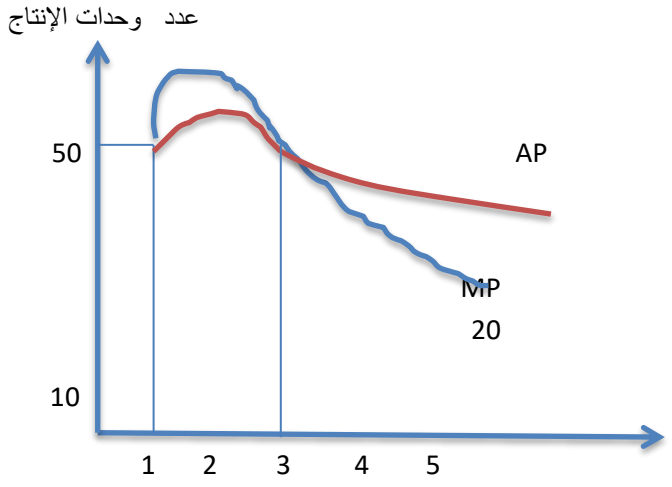
$$MP = \Delta tp \div \Delta L$$

- أما الناتج المتوسط : هو حاصل قسمة الناتج الكلي على عدد العمال ويعبر عنه رياضيا بالعلاقة :

$AP = TP \div L$

فنلاحظ بأن الناتج المتوسط 50 ثم بدأ بالانخفاض مع زيادة عدد العمال.

- أن سلوك الناتج الحدي و المتوسط بالزيادة ثم بالنقصان مع زيادة عدد العمال نتيجة ثبات عنصري الإنتاج(الأرض و رأس المال).



الشكل١: (الناتج المتوسط و الناتج الحدي)

تقسم التكاليف لنوعين: تكاليف ثابتة والتي لا تتغير بتغير حجم الإنتاج

وتكاليف متغيرة والتي تتغير بتغير حجم الإنتاج فإذا زاد الإنتاج ارتفعت وإذا قل انخفضت.

وبالرجوع للمثال السابق لمصنع السكاكر فإن إيجار الأرض التي أقيم عليها المصنع يعتبر تكاليف ثابتة سواء كانت كمية الإنتاج قليلة أو كثيرة، أما التكاليف المتغيرة مثل الوقود الحيوي و الطاقة الكهربائية و المواد الخام ، فجميع هذه المدخلات يتزايد استخدامها مع زيادة الإنتاج.

تحسب التكاليف الكلية بجمع التكاليف الثابتة و المتغيرة:

TC= VC+FC---------(1)

حيث TC: التكاليف الكلية

VC: التكاليف المتغيرة

FC: التكاليف الثابتة.

واذا قسمنا طرفي العلاقة (١) على حجم الإنتاج (Q) على العلاقة (٢)

ATC= AVC + AFC--------(2)

حيث ATC: متوسط التكاليف الكلية.

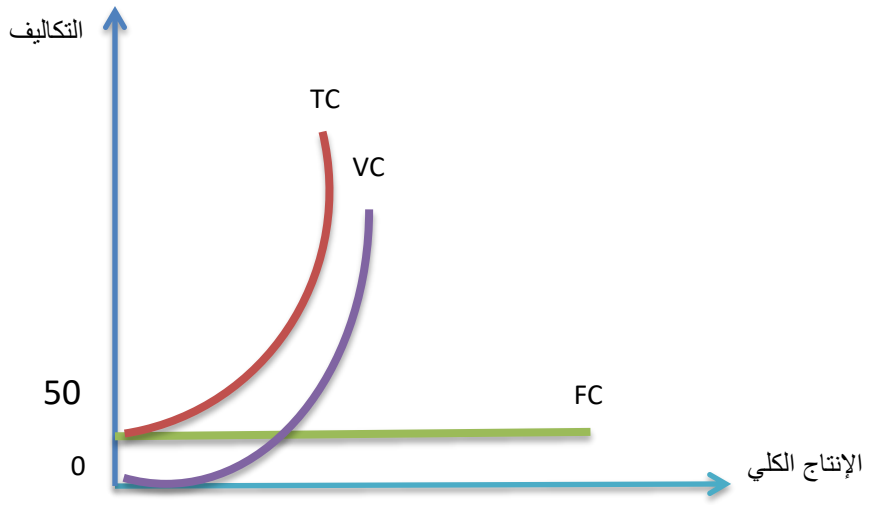
AVC: متوسط التكاليف المتغيرة.

AFC: متوسط التكاليف الثابتة.

علاقة الإنتاج مع التكاليف:

يوضح الجدول الآتي التكاليف الثابتة و المتغيرة و الكلية لمصنع السكاكر ومنه يتضح أنه عندما كان الإنتاج يساوي الصفر كانت التكاليف الكلية تساوي التكاليف الثابتة لعدم وجود تكاليف متغيرة، وعند إنتاج أربعين صندوق فإن التكاليف المتغيرة تساوي 40 و بإضافتها إلى التكاليف الثابتة (30) نحصل على التكاليف الكلية(70)، ونلاحظ أن التكاليف الثابتة لا تتغير مع تغير الإنتاج أما التكاليف المتغيرة ازدادت مع ارتفاع حجم الإنتاج.

الإنتاج الكلي TP	التكاليف الثابتة FC	التكاليف المتغيرة VC	التكاليف الكلية TC
0	30	0	30
40	30	40	70
100	30	75	105
135	30	140	170
150	30	250	280
160	30	320	350



تعرف التكلفة الحدية(MC): هي التغير الحاصل في الكلفة الكلية أو المتغيرة عندما تتغير كمية الإنتاج وحدة واحدة، ويعبر عنها رياضيا:

$$MC=\Delta TC \div \Delta Q$$

مثال محلول:

من بيانات الجدول التالي استنتج التكلفة الحدية(*MC*) و متوسطات التكاليف(*ATC* و *AVC*و *AFC*)

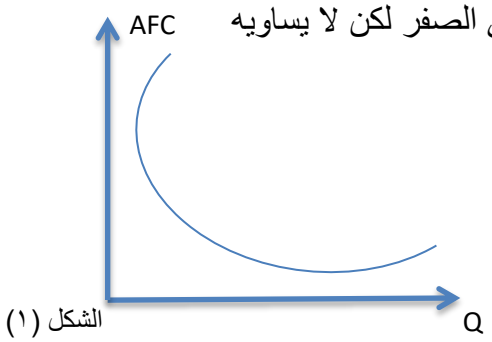
عدد العمال	إنتاج كلي*TP*	إنتاج حدي*MP*	تكاليف ثابتة*FC*	تكاليف متغيرة*VC*	تكاليف كلية*TC*
0	*0*	-----	*10*	----	*10*
1	*3*	*3*	*10*	*10*	*20*
2	*8*	*5*	*10*	*12*	*22*
3	*15*	*7*	*10*	*13*	*23*
4	*25*	*10*	*10*	*18*	*28*
5	*40*	*15*	*10*	*35*	*45*
6	*50*	*0*	*10*	*70*	*80*
7	*55*	*5*	*10*	*125*	*135*
8	*57.5*	*2.5*	*10*	*1`85*	*195*
9	*59*	*1.5*	*10*	*250*	*260*
10	*60*	*1*	*10*	*320*	*330*
11	*60*	*0*	*10*	*400*	*440*

الحل:

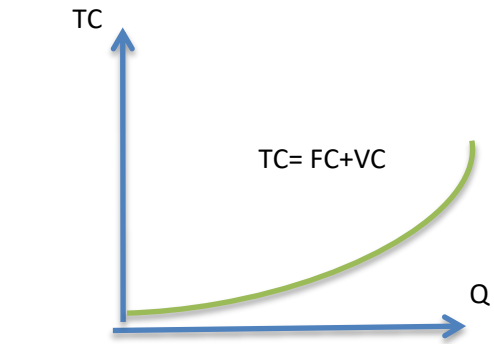
TP	*TC*	*ATC*	*AVC*	*AFC*	*MC*
0	*10*	------	------	-----	---------
3	*20*	*6.66*	*3.33*	*3.33*	*10*
8	*22*	*2.75*	*1.5*	*1.25*	*2*
15	*23*	*1.53*	*0.86*	*0.66*	*1*
25	*28*	*1.12*	*0.72*	*0.4*	*5*
40	*45*	*1.125*	*0.87*	*0.25*	*17*
50	*80*	*1.6*	*1.4*	*0.1*	*35*
55	*135*	*2.45*	*2.27*	*0.18*	*55*
57.5	*195*	*3.39*	*3.21*	*0.17*	*60*
59	*260*	*4.40*	*4.23*	*0.16*	*65*
60	*330*	*5.5*	*5.33*	*0.16*	*70*
60	*410*	*6.83*	*6.66*	*0.16*	*80*

التمثيل البياني:

نلاحظ بالشكل(١) بأن منحنى متوسط التكاليف الثابتة ينخفض إلى الصفر لكن لا يساويه



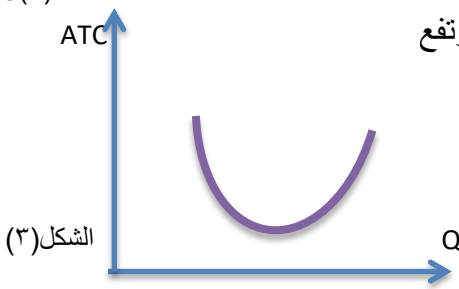
الشكل (١)



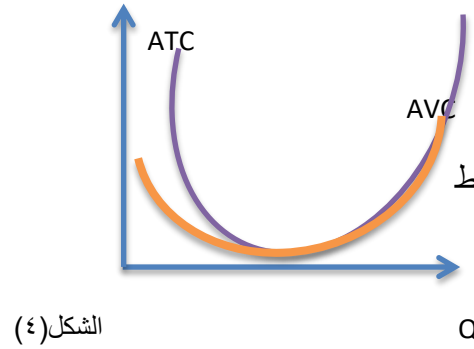
نلاحظ بالشكل(٢) أن منحنى التكاليف الكلية يرتفع باستمرار

الشكل(٢)ن

نلاحظ من الشكل(٣) أن منحني متوسط التكاليف الكلية ينخفض ثم يرتفع



الشكل(٣)



نلاحظ من الشكل(٤)بأن متوسط التكاليف المتغيرة يتطابق مع متوسط التكاليف الكلية عند مستويات عالية من الإنتاج.

الشكل(٤)