

الحاضرة (5)

(*) تصيف (الأنواع) (نوع السور) (الحسيني)

(1) تجزیاتی المورثات (اور مختلج المورثات) : یہاں پر

$$y = f(x) = a_0 x^n + a_1 x^{n-1} + \dots + a_n$$

$\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_n$ من الأعداد الحقيقية أو العقدية

1. $\hat{S}_i$ (n=0, 1, 2, ... $\frac{1}{2}$)

$$D_f = \mathbb{R}$$

مثلاً: $y = f(x) = 2x + 3$ تابع صحیح $\frac{1}{x}$ در صفر از آن

از خط بیان، ادبیه در درجه علم لاری

1
 $y = f(x) = x^2 - 5x + 6$ تا ح ∞ (از سمت چپ)

سید احمد رضا

$$D_f = \mathbb{R}$$

$$y = f(x) = \frac{p(x)}{q(x)}$$

(2) الحاج المكي المكي

جانب نو g_{max} کی حد سے نفسی درجہ ادا کرنا ارض

المجموعة الفرعية $D_f = R - \{ \text{الفئة التي يتبعها هذا} \}$

$$y = f(x) = \frac{x^2 + 4}{x - 1}$$

$$D_f = \mathbb{R} - \{1\}$$

۲۴۸

وَقَدْ

(2)

(3) التوزيع الجبري: $y = f(x) = \sqrt{p(x)}$

$$y = f(x) = \sqrt{p(x)}$$

حيث $p(x)$ كثير حدود من الدرجة زوجية، مجموع مربعات كثيرات حدود.

$$D_f = \{ p(x) \geq 0 \} \xrightarrow{\text{مثال}} y = f(x) = \sqrt{x-1}$$

$$y = f(x) = \sqrt{\frac{p(x)}{q(x)}}$$

أو من الشكل أعلاه

دلتنا مجموع مربعين من حدود من الدرجة زوجية، p و q كثيرات حدود.

(أبسط نموذج) R مستقيم x إلى $q(x=0)$ والآن كل شيء ما قبله، إذن $x \geq 1$

$$y = f(x) = \sqrt{\frac{x-1}{x^2+10}}$$

نمثله

المقام x^2+10 موجب دائماً، دلتنا $x-1 \geq 0$ أي $x \geq 1$

$$D_f = [1, +\infty[$$

(4) التوزيع الأسّي: $y = f(x) = a^{g(x)}$; $a \neq 1, a > 0$

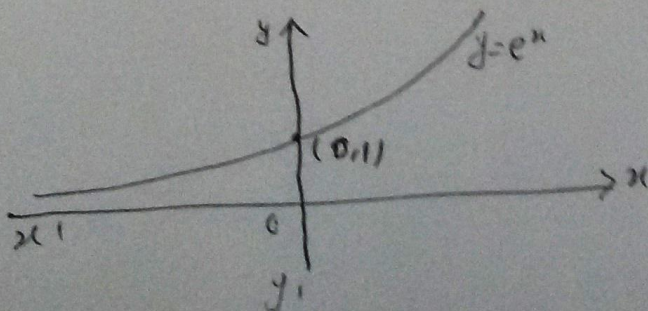
دلتنا $a > 0$ ، $e \approx 2.718$ ، $y = e^{g(x)}$

ومجموع مربعات كثيرات حدود $g(x)$.

$$D_f = \mathbb{R}$$

نمثله: $y = f(x) = e^x$ مجموع مربعات كثيرات حدود.

رسمه إيمان

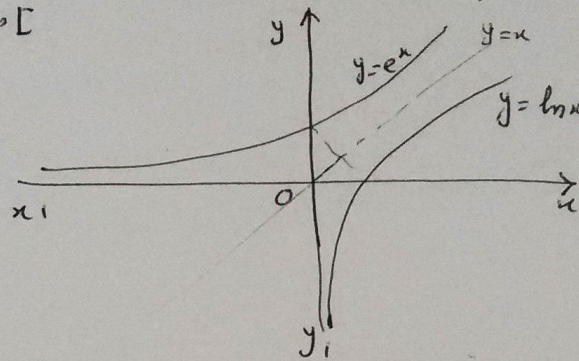


(3)

$$y = \ln x$$

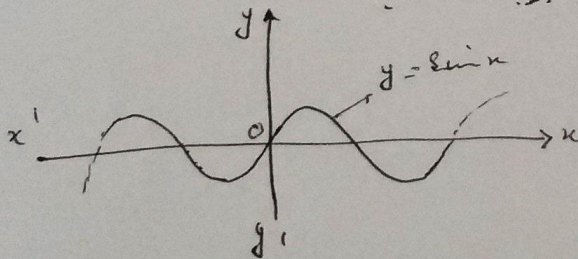
(5) النسج اللوغاريتمي و دورهوهو ما بين النسج اللوغاريتمي والطبيعي الذي π العشري $e \approx 2.718$ فما عند النسج اللوغاريتمي $y = \ln x$ - مجموع فرعي

$$D_f =]0, \infty[$$

(6) النسج المثلثي (الجيب، الجيبس) و دوره

$$y = \sin x$$

$$y = \cos x$$

و دوره 2π و نطاق $[-1, 1]$ و النسج المثلثي(7) النسج (الظل) و دوره

$$y = f(x) = \tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$$

$$D_f = \mathbb{R} - \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi ; k \in \mathbb{Z} \right\}$$

مجموع فرعي

سلك: أزهد مجموع فرعي و النسج (أو مقلوب)

$$y_1 = x^3 + x$$

$$y_2 = \frac{1}{x^2 + 1}$$

$$y_3 = e^{\frac{1}{x}}$$

$$y_4 = \frac{x+5}{2x-1}$$

$$y_5 = \cos(x+10), y_6 = \sin(3x+7)$$

القول: (في الأول صحت البراءة) صحت R أي

[illegible]

$$D_{g_3} =]-\infty, 0[\cup]0, +\infty[$$

ملاحظة: من لا يملك الحاسبة الإلكترونية

$$Dg_y = [R - \frac{1}{2}] = 3 - \frac{1}{2} [0] \frac{1}{2} + \dots$$

و اما از آنجا که متوجه شدیم (از روی هم نترسیدیم) مقدار R در

$$D_{g_3} = D_{g_4} = \mathbb{R}$$

مجله عقلم: بیست و یک (مهر و آبان ۱۳۹۱) شماره ۴۰
مهر و آبان ۱۳۹۱

(5)

(*) مفاتيح واستمرار ح عددي (حقيقي)

(1) نفاية ح عددي: نقول ان f عددي عند a اذا كان $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = l$ لبعض a (عدد)
($a \in D$ او $a \notin D$) وذلك يعني

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = l \quad (1)$$

وهذا يعني ان f يكون قريب جداً من l عندما تقترب x كثيراً من a (العدد)
مثلاً

$$\lim_{x \rightarrow 1} (4x - 3) = 4(1) - 3 = 1$$

شروط وجود النهاية l لنفاية عددي

[1] l عدد موجود وحده واحد

[2] النهاية من اليمين = النهاية من اليسار اي $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^+} f(x)$
رأى بالنهاية من اليمين

$$S_1 = \lim_{x \rightarrow a^-} f(x) \text{ or } \lim_{x \rightarrow a^-} f(x), \dots (2)$$

والنهاية من اليمين

$$S_2 = \lim_{x \rightarrow a^+} f(x) \text{ or } \lim_{x \rightarrow a^+} f(x), \dots (3)$$

خواص النهايات اذا كانت $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = l_1$ و $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = l_2$ اي (l_1, l_2)

$$1) \lim_{x \rightarrow a} [f(x) \pm g(x)] = l_1 \pm l_2$$

$$2) \lim_{x \rightarrow a} [f(x) \cdot g(x)] = l_1 \cdot l_2$$

$$3) \lim_{x \rightarrow a} \left[\frac{f(x)}{g(x)} \right] = \frac{l_1}{l_2} ; l_2 \neq 0$$

(6)

4) $\lim_{x \rightarrow a} [\alpha \cdot f(x)] = \alpha \cdot l \quad ; \quad \alpha \in \mathbb{R}^*$

5) $\lim_{x \rightarrow a} [f(x)]^n = l^n$,

6) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{f(n)} = \sqrt[n]{e}$

(*) میرفتی سے جدول الگ ہے

(۱۲) ملکہ تاج اہد رحمت مہی رحیمہ

$$(f^{-1}(f(x)) = x) \Rightarrow x \in \textcircled{2}$$

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = c$$

فرضه که در کتاب باشد

3) إذا كان التتابع f, g متناهيين $f(x) \leq g(x)$ $x \rightarrow a$

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) < \lim_{x \rightarrow a} g(x)$$

$$\text{NB, } \lim_{x \rightarrow a} f(x) = \lim_{x \rightarrow a} g(x) = l$$

126131 (6)

مرفقہ نمبر ۱۱

$$\lim_{x \rightarrow a} h(x) = l \quad \text{if} \quad f(x) \leq h(x) \leq g(x)$$

(*) طالفة، طالفة

$$\frac{0}{0}, \frac{\infty}{\infty}, \infty - \infty, 1^{\infty}$$

عاد: ليلى لى لتاع ،

$$f(x) = \begin{cases} 2x & ; -\infty < x < 2 \\ x^2 & ; 2 \leq x < \infty \end{cases}$$

أربعينيات التاسع عشر $x=2$ أربعينيات $x=2$ ، حلول $x=2$

الحل: لنوجد النقطة x على AB بحيث $AC = CB$ عند $x = 2$ ، فنلاحظ

$$S_1 = \lim_{x \rightarrow 2} f(x_1) = \lim_{x \rightarrow 2} (2x) = 4, \quad S_2 = \lim_{x \rightarrow 2} f(x_2) = \lim_{x \rightarrow 2} (x^2) = 4$$

4. $S_1 = S_2 = 4$

1150 14

(7)

مثال 1: $y = g(x) = \frac{x}{|x|}$ حيث $x \rightarrow 0$ ؟

الكلية: السطح مفتوح $\mathbb{R}^*$ (أي $D_g = \mathbb{R}^*$) و x ليس بالثابت (ولذلك لا يمكن استخدامه في النهاية)

$$g(x) = \begin{cases} 1 & ; x > 0 \\ -1 & ; x < 0 \end{cases}$$

$$|x| = \begin{cases} x & ; x > 0 \\ 0 & ; x = 0 \\ -x & ; x < 0 \end{cases}$$

رسمه كالتالي:

$$S_1 = \lim_{x \rightarrow 0^-} g(x) = -1, \quad S_2 = \lim_{x \rightarrow 0^+} g(x) = 1$$

لا حظ أنه $S_1 \neq S_2$ وليس السطح مغلق عند $x \rightarrow 0$

أمثلة أخرى (أولاً احسبها):

1) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x^2 + 3x - 1}{5x^2 + 2} = \frac{-1}{2}$ (التي موجودة وكحدود)

2) $\lim_{x \rightarrow 1} 5 = 5$ (التي ثابتة في كل نقطة ثابتة)
 $x \rightarrow 1 \quad (x \rightarrow \pm\infty)$

3) $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} (x^2 - 5x + 2) = (\pm\infty)^2 = \infty$ (لأنها تزداد)
 4) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (-x^2 + 3x) = -(\infty)^2 = -\infty$

نظرية: x ليس أكبر حدود عند $x \rightarrow \pm\infty$ هي x حد الأعداد.

5) $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} (x^3 - 2x + 1) = (\pm\infty)^3 = \pm\infty$ (مع الاستمرار في التزايد)
 (أي درجات كثير الحدود)

6) $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{3x^4 - 2x + 10}{x^4 + 3} = \frac{\infty}{\infty}$ (نفس الشيء) $\Rightarrow \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{3x^4 - 2x + 10}{x^4 + 3} = \frac{3}{1} = 3$ (نفس الشيء)
 (درجات الحدود هي نفسها في البسط والمقام)

نظرية: أي كثير الحدود حاصل قسمته أمثلة الحدود x في x أمثلة الحدود x في x .

7) $\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{2+3x}{1+5x}} = \frac{\infty}{\infty} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{3x+2}{5x+1}} = \frac{3}{5}$

8) $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x-2}{x^2+3x+7} = \frac{\infty}{\infty} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x(1-\frac{2}{x})}{x^2(1+\frac{3}{x}+\frac{7}{x^2})} = 0$

درجات الحدود
 أمثلة الحدود
 أمثلة الحدود

(8)

9) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^5 - 7x^3 + x + 10}{x^3 + 18x + 9} = \frac{\infty}{\infty}$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x^2} = 0$ (القسمة)
 $\Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^5(3 - \frac{7}{x^2} + \frac{1}{x^4} + \frac{10}{x^5})}{x^3(1 + \frac{18}{x^2} + \frac{9}{x^3})} = \lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 \cdot \frac{3}{1} = \infty$

10) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{6-x} = +\infty$

11) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^4 + x^3}{x^3 + x^2} = \frac{0}{0} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3(x+1)}{x^2(x+2)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x(x+1)}{(x+2)} = \frac{0}{2} = 0$ (حاصل قسمة القسمة)

12) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x - 1} = \frac{0}{0} \Rightarrow$ مجموعة تعريف الدالة هي $D = \mathbb{R} - \{1\}$ أي $x \neq 1$ لأن $x=1$ عند ذلك يكون المقام صفرًا، عند هذه النقطة

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x+1)(x-1)}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} (x+1) = 2$$

13) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{2 - \sqrt{x+4}} = \frac{0}{0}$ (حاصل قسمة القسمة)

لأننا نعلم أن المقام يقترب من الصفر، نلاحظ:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{2 - \sqrt{x+4}} &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x(2 + \sqrt{x+4})}{(2 - \sqrt{x+4})(2 + \sqrt{x+4})} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x(2 + \sqrt{x+4})}{4 - x - 4} \\ &= \frac{2+2}{-1} = -4 \end{aligned}$$

15) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + x} - x) = \infty - \infty$ (حاصل قسمة القسمة)
 لأننا نعلم أن المقام يقترب من الصفر، ونقسم بالحد الأعلى (الحد): $\sqrt{x^2 + x} + x$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + x} - x) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + x - x^2}{(\sqrt{x^2 + x} + x)} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{\sqrt{x^2 + x} + x} = \frac{\infty}{\infty}$$

لأننا نعلم أن المقام يقترب من الصفر، نلاحظ:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{1}{x}} + 1} = \frac{1}{1+1} = \frac{1}{2} ; \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x} = 0$$

(9)

$$16) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = 1 \quad \text{نصف اول}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{\alpha}{x}\right)^x = e^{\alpha} \quad ; \alpha \in \mathbb{R}^+$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{3}{x}\right)^x = e^{-3} = \frac{1}{e^3}$$

$$17) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^{9x} = 1^{\infty} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow \infty} \left[\left(1 + \frac{1}{x}\right)^x\right]^9 = e^9$$

(*) نصف الأول = 1, 0, \infty

$$1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1 \quad \left(\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = \frac{0}{0} \text{ نصف اول} \right)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin x}{x} \right) = \frac{0}{0} \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x} = 1 \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sin x} = 1 \quad \text{نصف اول}$$

$$\alpha \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = \alpha \times 1 = \alpha$$

$$2) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = \frac{0}{0} \quad \text{نصف اول} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1$$

$$(\beta \neq 0) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\beta x} - 1}{\beta x} = \beta \times 1 = \beta \quad \text{نصف اول} \quad (\beta \neq 0) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = \frac{0}{0}$$

$$3) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(x+1)}{x} = \frac{0}{0} \quad \text{نصف اول} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(x+1)}{x} = 1$$

$$(\lambda \neq 0) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(\lambda x + 1)}{\lambda x} = \lambda \times 1 = \lambda \quad \text{نصف اول}$$

أيضاً هذه النهايات الشهيرة لدينا:

$$4) \lim_{x \rightarrow 0} (1+x)^{\frac{1}{x}} = 1 \text{ مهم جداً}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} (1+x)^{\frac{1}{x}} = e \approx 2.718$$

مهم جداً

مثال 4: أوجد النهايات الآتية:

$$i) \lim_{x \rightarrow 0} (1+x)^{\frac{7}{x}} = 1 \text{ مهم جداً} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} [(1+x)^{\frac{1}{x}}]^7 = e^7$$

$$ii) \lim_{x \rightarrow 0} (1-3x)^{\frac{2}{9x}} = 1 \text{ مهم جداً} \Rightarrow$$

لنضع $y = -3x$ فنرى
عند $x \rightarrow 0$ فإن $y \rightarrow 0$

$$\frac{1}{x} = -\frac{3}{y} \Leftrightarrow x = -\frac{y}{3}$$

$$y = -3x$$

$$x \rightarrow 0$$

$$y \rightarrow 0$$

بالاستعانة بالنهاية السابقة:

$$\begin{aligned} \lim_{y \rightarrow 0} (1+y)^{\frac{2}{9}x^{-\frac{3}{3}}} &= \lim_{y \rightarrow 0} (1+y)^{\frac{1}{3}y^{-\frac{2}{3}}} \\ &= \lim_{y \rightarrow 0} [(1+y)^{\frac{1}{3}}]^{-\frac{2}{3}} = e^{-\frac{2}{3}} = \frac{1}{\sqrt[3]{e^2}} \end{aligned}$$

مثال 5: أوجد النهايات الآتية:

$$1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1-x)}{x} = \frac{0}{0} \text{ مهم جداً}$$

$$-x = y \text{ لنضع}$$

$$x \rightarrow 0 \Rightarrow y \rightarrow 0$$

$$\lim_{y \rightarrow 0} \frac{\ln(1+y)}{-y} = - \lim_{y \rightarrow 0} \frac{\ln(y+1)}{y} = -1$$

$$2) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x^2 + x} = \frac{0}{0} \text{ مهم جداً}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x(x+1)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} \cdot \frac{1}{x+1}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} \cdot \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x+1} = 1$$

$$3) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{\sin x} = \frac{0}{0} \text{ مهم جداً}$$

لنضع $y = \sin x$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} \cdot \frac{x}{\sin x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} \cdot \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sin x}$$

$$= 1 \times 1 = 1$$

١٠ استقر تابع عند نقطة (مفرد)، لنفرض أنه التابع f معرف باستقر،
 $f: D \rightarrow \mathbb{R}$ أي D_f مجموعة مفتوحة.

نتولد به التابع f ، $y = f(x)$ ، إنه شرط التعريف $x = a$ ، a عند النقطة $x = a$ إذا تحقق الشرط

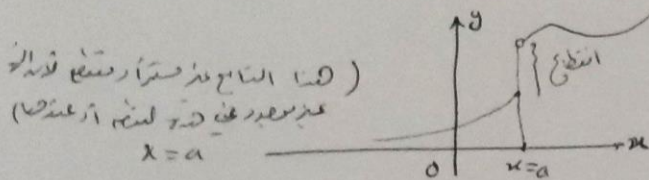
١) التابع معرف عند النقطة $x = a$ في مجال D_f أي $f(a)$ معرفة ومحددة (حيث $a \in D_f$)

٢) لأي التابع f معرفة عند $x = a$ $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$ موجودة ومحددة

٣) $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$ وهو شرط كافٍ، أي التابع f معرف عند $x = a$ إذا
 تابع f عند النقطة a معرفة ومحددة لقيمة $f(a)$ موجودة ومحددة.

ملاحظة: إذا لم يكن التابع معرفاً عند النقطة (أولية) $x = a$ فبالتالي إنه غير معرف عند النقطة

فلا، كما أوضح في المثالين التاليين.
 ونفساً $x = a$ نقطة انقطاع للنقطة a .



مثال ١١: درس استقر التابع الآتي (في النقطة المعنى بمجاله)

1) $f(x) = \sin x$; $x = \frac{\pi}{2}$

2) $g(x) = x^3 + x + 1$; $x = 0$

3) $h(x) = \frac{x-1}{x+3}$; $x = -3$

الحل: ١) التابع معرف في $\mathbb{R}$ ، بالتالي $a = \frac{\pi}{2} \in \mathbb{R} = D_f$ (أي تنتمي إلى مجموعة تعريف الدالة) و

$$f\left(\frac{\pi}{2}\right) = \sin \frac{\pi}{2} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \sin x = 1$$

الشرط الأول، والشعبه كافية.

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \sin x = 1 = f\left(\frac{\pi}{2}\right)$$

٢) به نفس الطريقة.

٣) التابع h معرف في $\mathbb{R} \setminus \{-3\}$ ، أي أنه غير معرف في $x = -3$ والتابع غير مستمر في النقطة
 اختل الشرط الأول، شرط الاستمرار.

ملاحظة: كل التابع الصحيح والمفرد والنوعي والمركب السليم مستمر في مجموعة تعريفه (أو منطقة D_f).

(12)

نقطة (أو نقطة نهاية المجال) $x=a$ $y=f(a)$ نقول عنها **نقطة نهاية** $y=f(x)$ إذا ستر نهاية المجال عند النقطة $x=a$ إذا كان

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$$

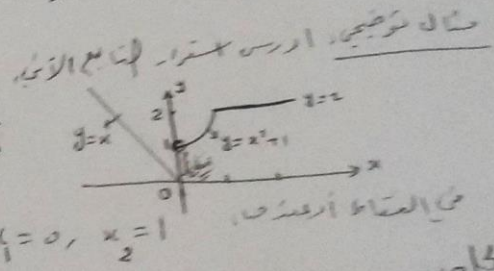
(2) ونقول عنها **نقطة نهاية** $y=f(x)$ عند النقطة $x=a$ إذا كان $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$

ملاحظة (3) **نقطة نهاية** $y=f(x)$ $x=a$ إذا كان ستر نهاية المجال عند النقطة $x=a$ إذا كان ستر نهاية المجال عند النقطة $x=a$ (أو نقطة نهاية)

(4) **نقطة نهاية** $y=f(x)$ $x=a$ إذا كان ستر نهاية المجال عند النقطة $x=a$ إذا كان ستر نهاية المجال عند النقطة $x=a$ (أو نقطة نهاية)

$$f(x) = \begin{cases} -x & -\infty < x \leq 0 \\ x^2+1 & 0 < x \leq 1 \\ 2 & 1 < x < \infty \end{cases}$$

نقطة نهاية



نقطة نهاية $y=f(x)$ $x=a$ إذا كان ستر نهاية المجال عند النقطة $x=a$ إذا كان ستر نهاية المجال عند النقطة $x=a$ (أو نقطة نهاية)

$$f(0) = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} (-x) = 0, \quad \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} (x^2+1) = 1$$

نقطة نهاية $y=f(x)$ $x=a$ إذا كان ستر نهاية المجال عند النقطة $x=a$ إذا كان ستر نهاية المجال عند النقطة $x=a$ (أو نقطة نهاية)

$$f(1) = 2$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} (x^2+1) = 2, \quad \lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} 2 = 2$$

نقطة نهاية $y=f(x)$ $x=a$ إذا كان ستر نهاية المجال عند النقطة $x=a$ إذا كان ستر نهاية المجال عند النقطة $x=a$ (أو نقطة نهاية)