جامعة عمان
الكلية التطبيقية
قسم: تقنيات الحاسوب
التغذية الكهربائية +

السنة الأولى
رياضيات (1)
المحاضرة (1) عملي

أولاً: المجموعات - المجموعات العددية:

(1-) تعريف المجموعة: هي عبارة عن كائن رياضي يتألف من أشياء، وتتصف بصفة مشتركة واحدة أو أكثر وتسمى أشياء هذه المجموعة بعناصر المجموعة، نرمز للمجموعة عادة بأحرف كبيرة مثل: $X, Y, Z, \dots, D, B$
ولعناصر بأحرف صغيرة مثل: $x, y, z, \dots, a, d, b$ وإذا كان x عنصراً من المجموعة A نقول أن: $x \in A$ أما إذا كان x ليس عنصراً من A نكتب: $x \notin A$

(2-) طرق التعبير عن المجموعة:

أ- طريقة القائمة: وفيها نكتب بين قوسين كبيرين جميع العناصر التي تنتمي لهذه المجموعة. مثل:

$A = \{$ أحمد، ليلى، ....., وليد $\}$

مجموعة الطلاب الذين ينتمون إلى قسم التقنيات مثلاً.

ب- طريقة القاعدة: وفيها نكتب بين قوسين كبيرين أحد عناصر هذه المجموعة ذكر الصفة المميزة لهذه المجموعة. مثل:

$A = \{ x ;$ x طالب من قسم تقنيات الحاسوب $\}$

(3-) المجموعة الخالية: وهي كل مجموعة لا تحتوي على أي عنصر ونرمز لها بالرمز ϕ أو $\{\}$ وهذه المجموعة هي مجموعة وحيدة (أي لا توجد مجموعتين خاليتين)

(4-) المجموعة المنتهية: وهي كل مجموعة مؤلفة من عدد منته من العناصر مثل:

$A = \{1, 2, 3\}$ مجموعة منتهية.

(٤

$A = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$ مجموعة غير منتهية.

$A = \{a, b\}$ ~ منتهية.

$A = \{x ; 0 \leq x \leq 1 ; x \in \mathbb{R}\}$ ~ غير منتهية

٥- المجموعتين المتساويتين: نسمي المجموعتين A, B متساويتين ونكتب: $A = B$ إذا وفقط إذا كان لهم نفس العناصر أي

كل عنصر من A هو عنصر من B وكل عنصر من B هو عنصر من A مثل:

* $\left\{ \begin{array}{l} A = \{x ; x^2 - 9x + 18 = 0\}. \\ B = \{3, 6\} \end{array} \right\} \Rightarrow A = B.$

* $\left\{ \begin{array}{l} A = \{(x,y) ; x \in \mathbb{N} \wedge y \in \mathbb{N} \wedge x^2 + y^2 < 1\} \\ B = \{(x,y) ; x \in \mathbb{N} \wedge y \in \mathbb{N} \wedge x^2 + y^2 \leq 1\} \end{array} \right\} \Rightarrow$

$A \neq B$

٦- المجموعة الجزئية: نسمي المجموعة B مجموعة جزئية من A اذا كان كل عنصر من B هو عنصر من A ونكتب: $B \subseteq A$ ومن أهم خواص المجموعة الجزئية:

أ- إن $\emptyset$ هي مجموعة جزئية لأي مجموعة مثل A

ب- إن أي مجموعة A هي مجموعة جزئية لنفسها أي $A \subseteq A$

ج- إن $A = B$ إذا وفقط إذا كان: $A \subseteq B \wedge B \subseteq A$

د- العدد المجموعات الجزئية لمجموعة A مؤلفة من n عنصر هو: 2^n

مثل: أوجد المجموعات الجزئية للمجموعة A:

$A = \{1, 2\}.$

عدد المجموعات الجزئية هي: $2^n = 2^2 = 4$:

$\{\emptyset\}, \{1\}, \{2\}, \{1, 2\}.$

٧- المجموعة الشاملة (الكلية) : وهي المجموعة التي تحتوي على جميع المجموعات الأخرى المدروسة ونرمز لها بالرمز ($\mathcal{R}$) وهي تطبيعي أن تختلف المجموعة الشاملة من دراسة لأخرى.

$$A = \{0, 1, 2\} \quad , \quad B = \{4, 5, 1\}$$

$$\Rightarrow \quad \mathcal{R} = \{ x \; ; \; x \in N \} = N.$$

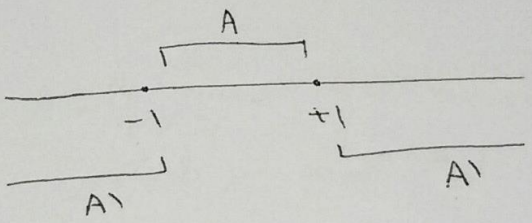
٨- المجموعة المتممة : نسمي المجموعة $\grave{A}$ متممة للمجموعة A إذا كانت $\grave{A}$ تحوي جميع العناصر التي تحوي $\mathcal{R}$ ولا تنتمي إلى A ونكتب :

$$A' = \mathcal{R} - A = \{ x \; ; \; x \in \mathcal{R} \wedge x \notin A \}$$

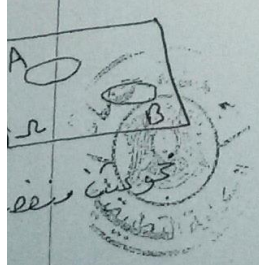
مثلاً :

$$A = \{ x \; ; \; x \in [-1, +1] \} \quad ; \mathcal{R} = \mathbb{R}.$$

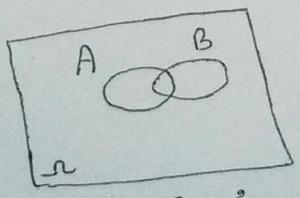
$$\Rightarrow A' = \mathcal{R} - A = \mathbb{R} - [-1, +1] = \{ x \; ; \; x < -1 \vee x > 1 \}$$



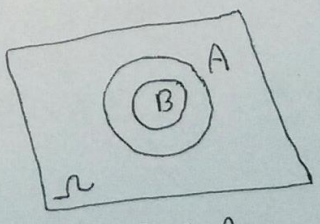
٩- مخططات فن : وهي عبارة عن أسلوب إيضاحي يستخدم فيه أشكال لتوضيح مفاهيم وقوانين المجموعات حيث تمثل المجموعة الشاملة $\mathcal{R}$ بمستطيل، كل نقطة فيه تمثل عنصر من عناصر هذه المجموعة أما المجموعات الجزئية فتمثل بمنحنيات مغلقة داخل هذا المستطيل :



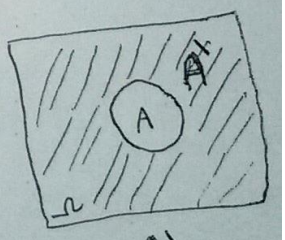
مجموعتين منفصلتين



مجموعتين متداخلتين



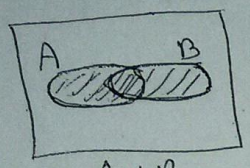
$B \subseteq A$



A'

ثانياً: العمليات على المجموعات:

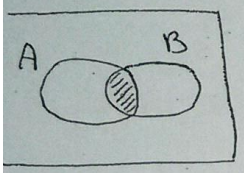
١- الاجتماع (الاتحاد): ليكن اجتماع أي مجموعتين A ، B هي مجموعة نرمز لها بالرمز: $A \cup B$ ونعني بها جميع العناصر التي تنتمي إلى A أو إلى B أو إلى A و B معاً.



$A \cup B$

$$A \cup B = \{ x ; x \in A \vee x \in B \}$$

٢- التقاطع: ان تقاطع مجموعتين A ، B هو مجموعة نرمز لها بالرمز: $A \cap B$ ونعني بها جميع العناصر التي تنتمي إلى A و B معاً ونكتب:



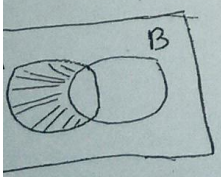
$A \cap B$

$$A \cap B = \{ x ; x \in A \wedge x \in B \}.$$

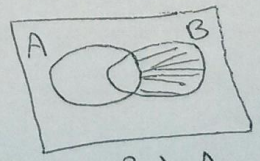
٣- فرق مجموعتين: ان فرق مجموعتين A ، B هو A / B أو $A \setminus B$ وان A فرق B هي مجموعة نرمز لها بالرمز:

$$A \setminus B = A - B = A \cap B'$$

ونعني بها جميع العناصر الموجودة في A وغير موجودة في B.



$A \setminus B$



$B \setminus A$

$$B \setminus A = B - A = B \cap A'$$

ثالثاً: خواص العمليات على المجموعات:

1. $A \cap A = A$. $A \cap \phi = \phi$
2. $A \cap B = B \iff B \subseteq A$.
3. $A \cap B = \phi \iff A, B$ منفصلتين
4. $A \cup A = A$
5. $A \cup \phi = A$
6. $A \cup B = B \iff A \subseteq B$.
7. $\phi \cap \phi = \phi \cup \phi = \phi$
8. $(A \cup B)' = A' \cap B'$
9. $(A \cap B)' = A' \cup B'$
10. $A \setminus \phi = A$
11. $\phi \setminus A = \phi$
12. $A \setminus B = \phi$ if $A \subseteq B$.
13. $A \setminus B = A$ if منفصلتين A, B
14. $A \setminus B \neq B \setminus A$ if $A \neq B$.

رابعاً: مجموعات الأعداد:

[1] مجموعة الأعداد الطبيعية: نرمز لها بالرمز $\mathbb{N}$ وهي مجموعة الأعداد الموجبة فقط: $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \ldots\}$. ماعدا الصفر.

[2] مجموعة الأعداد الصحيحة: نرمز لها بالرمز $\mathbb{Z}$ وهي مجموعة الأعداد الموجبة وسالبة بما فيها الصفر.

$$\mathbb{Z} = \{\ldots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \ldots\}.$$

[3] مجموعة الأعداد النسبية (العادية): نرمز لها بالرمز $\mathbb{Q}$ ، وهي مجموعة الأعداد الكسرية والتي تكون تسمى بسطها ومقامها منتهية:

$$\mathbb{Q} = \left\{ x ; x = \frac{\alpha}{\beta} ; \alpha, \beta \in \mathbb{Z} \wedge \beta \neq 0 \right\}.$$

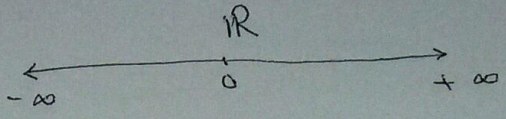
$$\mp \frac{5}{2} = \mp 2.5$$

[4] مجموعة الأعداد الغير عادية: وهي مجموعة الأعداد الغير منتهية والغير دورية أي هي كل عدد لا يمكن كتابته على شكل كسر بسطه ومقامه صحيح ومقامه لا يساوي 0.

$$\pi, \sqrt{2}, \sqrt{3}, \ldots$$

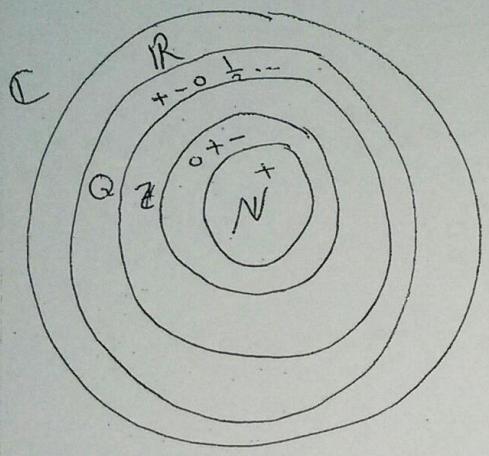
١) مجموعة الأعداد الحقيقية : وهي بالتعريف اجتماع مجموعة الأعداد العادية والغير عادية ونرمز لها بالرمز $\mathbb{R}$ أي هي كل الأعداد على المحور الحقيقي :

مثل : $9,4 , \frac{1}{2} , -5 , 7$



٢) مجموعة الأعداد المركبة (العقدية - التخيلية) : وهي بالتعريف :

$$\mathbb{C} = \{ a + ib \ ; \ a,b \in \mathbb{R} \wedge i = \sqrt{-1} \}.$$



٣) خواص مجموعة الأعداد الحقيقية :

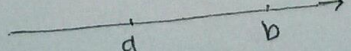
a. بين أي عددين حقيقيين يوجد عدد غير منته من الأعداد العادية ويوجد عدد من الأعداد غير العادية.

b. كل عدد حقيقي يمكن تمثيله بعدد عشري منتهي أو لا منتهي.

c. عمليات الضرب والجمع تبديلية وتجميعية في $\mathbb{R}$.

d. جميع العمليات الأربعة (الجمع ، الطرح ، الضرب ، القسمة) مغلقة في $\mathbb{R}$.

e. المتراجحة : $a < b$ ، تمثل على المحور الحقيقي جميع b تقع يمين a.



وتقرأ a أصغر تماما من b أو b أكبر تماما من a.

f. المتراجحة : $a \leq b$: جميع b تنطبق أو تقع يمين a على المحور الحقيقي وتقرأ b أكبر أو تساوي a أو a أصغر أو تساوي b.

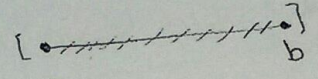
* $4 \leq 6 \Rightarrow \frac{4}{2} \leq \frac{6}{2} \Rightarrow 2 \leq 3.$ مثل:

$12 \leq 24 \Rightarrow \frac{12}{-2} \geq \frac{24}{-2} \Rightarrow -6 \geq -12.$

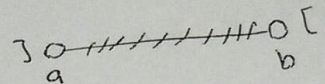
خامساً: المجالات (الفترات):

نفرض: $a, b \in \mathbb{R}$ عددان حقيقيان غير المجموعات الجزئية التالية من $\mathbb{R}$:

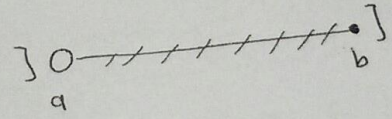
1. $[a, b]$ وتسمى مجال مغلق وتعرفها بالمجموعة: $\{x; a \leq x \leq b\}$



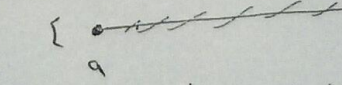
2. $]a, b[$ وتسمى مجال مفتوح وتعرفه المجموعة $\{x; a < x < b\}$



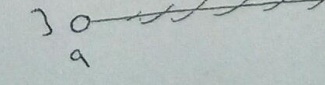
3. $]a, b]$ وتسمى مجال نصف مفتوح ~ ~ $\{x; a < x \leq b\}$



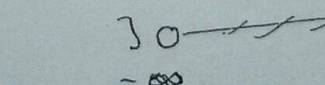
4. $[a, b[$ وتسمى مجال نصف مفتوح ~ ~ $\{x; a \leq x < b\}$



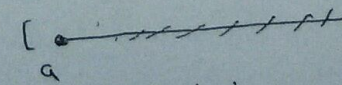
5. $]a, \infty[$ وتسمى مجال مفتوح غير محدود من الأعلى $\{x; a < x < \infty\}$ أو $\{x; x > a\}$



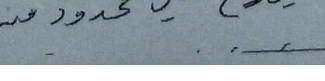
6. $]-\infty, a[$ وتسمى مجال مفتوح غير محدود من الأدنى $\{x; -\infty < x < a\}$ أو $\{x; x < a\}$.



7. $[a, \infty[$ وتسمى مجال نصف مغلق غير محدود من الأدنى $\{x; a \leq x < \infty\}$.



8. $]-\infty, \infty[$ وتسمى مجال مفتوح غير محدود من الأدنى ومن الأعلى $\{x; -\infty < x < \infty\}$



٩- خواص المتراجحات :

١- إن إضافة أو طرح أي عدد لطرفي المتراجحة لا يؤثر على جهة

$$a \leq b \Leftrightarrow a+c \leq b+c$$
$$a \leq b \Leftrightarrow a-d \leq b-d.$$

مثل :

$$7 \leq 11 \Rightarrow 7+3 \leq 11+3 \Rightarrow 10 \leq 14$$
$$7 \leq 11 \Rightarrow 7-6 \leq 11-6 \Rightarrow 1 \leq 5.$$

٢- لنقل حد من أحد طرفي المتراجحة إلى الطرف الثاني نغير إشارته هذا كما:

$$a \leq b \Leftrightarrow 0 \leq b-a.$$

مثل :

$$3 \leq 4 \Rightarrow 0 \leq 4-3 \Rightarrow 0 \leq 1$$

٣- إن ضرب طرفي متراجحة بعدد موجب تماماً لا يؤثر على جهة المتراجحة بينما ضرب طرفي متراجحة بعدد سالب تماماً يغير جهة المتراجحة:

$$a \leq b \wedge \lambda \in \mathbb{R}^{*+} \Rightarrow \lambda a \leq \lambda b.$$
$$a \leq b \wedge \lambda \in \mathbb{R}^{*-} \Rightarrow \lambda a \geq \lambda b.$$

مثل :

* $13 \leq 21 \Rightarrow 13 \times 3 \leq 21 \times 3 \Rightarrow 39 \leq 63.$

* $13 \leq 21 \Rightarrow 13(-3) \geq 21(-3) \Rightarrow -39 \geq -63$

٤- إذا قسمنا طرفي المتراجحة على عدد موجب تماماً لا تتغير جهة المتراجحة بينما إذا قسمنا طرفي المتراجحة على عدد سالب تماماً تغير جهة المتراجحة:

$$a \leq b \wedge \lambda \in \mathbb{R}^{*+} \Rightarrow \frac{a}{\lambda} \leq \frac{b}{\lambda}$$
$$a \leq b \wedge \lambda \in \mathbb{R}^{*-} \Rightarrow \frac{a}{\lambda} \geq \frac{b}{\lambda}$$

معلومات هامة:

١- $]a,b[\subseteq [a,b]$

٢- $]a,a[= \emptyset$

٣- $]0,\infty[= \mathbb{R}^{*+}$

٤- $]-\infty,0[= \mathbb{R}^{*-}$

٥- $[a,a] = \{a\}$

٦- $[0,\infty[= \mathbb{R}^{+}$

٧- $]-\infty,0] = \mathbb{R}^{-}$

٨- $]-\infty,0[\cup]0,\infty[= \mathbb{R}^{*}$

٩- $]-\infty,\infty[= \mathbb{R}$

ثانياً: القيمة المطلقة:

* تعريف القيمة المطلقة:

$$|x| = \begin{cases} +x & \text{if } x > 0 \\ -x & \text{if } x < 0 \\ 0 & \text{if } x = 0 \end{cases}$$

مثل:

$|27| = 27$ ، $|-23| = 23$.

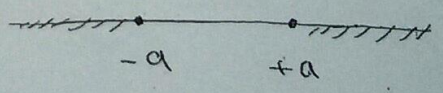
$|x| = 0 \iff x = 0$

$|x-3| < 0 \iff$ قيم x في $\emptyset$ لأن القيمة المطلقة دوماً أكبر أو تساوي الصفر.

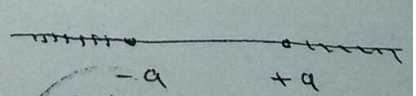
* خواص القيمة المطلقة:

$|x\,y| = |x| \cdot |y|$.

$|x| \leq a \iff -a \leq x \leq +a$.



$|x| \geq a \iff x \geq a \vee x \leq -a$.



$|\,|x| - |y|\,| \leq |x+y| \leq |x| + |y|$.

$\left|\frac{x}{y}\right| = \frac{|x|}{|y|}$

①

حل:

$|x| < 7 \Rightarrow -7 < x < +7$

$|x| \geq 3 \Rightarrow x \geq 3 \vee x \leq -3.$

تمرين: أوجد قيم x التي تحقق المتراجحة:

$|3x-2| > 1$

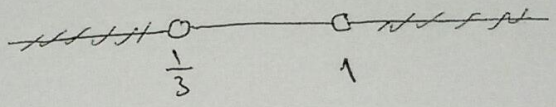
الحل:

$|3x-2| > 1$

$3x-2 > 1 \quad \vee \quad 3x-2 < -1$

$3x > 3 \quad \vee \quad 3x < 1$

$x > 1 \quad \vee \quad x < \frac{1}{3}$



أي قيم x هي: $\mathbb{R} - [\frac{1}{3}, 1]$.

تمرين: أوجد قيم x المحققة للعلاقة: $|4x-1| = |x+1|$

الحل:

$\frac{|4x-1|}{|x+1|} = 1 \Rightarrow$

$\frac{|4x-1|}{|x+1|} = +1 \quad \vee \quad \frac{|4x-1|}{|x+1|} = -1$

$\Rightarrow 4x-1 = x+1 \quad \vee \quad 4x-1 = -x-1$

$\Rightarrow 3x = 2 \quad \vee \quad 5x = 0$

$\Rightarrow x = \frac{2}{3} \quad \vee \quad x = 0$

أي قيم x هي $\{0, \frac{2}{3}\}$.

تمرين: أوجد قيم x التي تحقق المتراجحة:

$$1 \leq 3x - 5 < 10$$

الحل:

نضيف 5 إلى طرفي المتراجحة

$$1 + 5 \leq 3x < 10 + 5$$

$$6 \leq 3x < 15$$

$$\frac{6}{3} \leq x < \frac{15}{3}$$

$$2 \leq x < 5$$

أي قيم x هي: $x \in [2, 5[$