

الفصل الثالث

مميزات محركات التيار المستمر وطرق إقلاعها

Characteristics of D.C.Motors and their Starting Ways

Introduction

٣-١- مقدمة :

تتمتع محركات التيار المستمر بمجموعة من الخصائص تتمثل بسرعتها وعزوم إقلاعها العالية وكذلك سهولة تغيير سرعتها ضمن مجال واسع (خاصة محركات التيار المستمر التسلسلية)، وهذا ما يجعلها في مقدمة المحركات المستخدمة في الباصات الكهربائية وقطارات الميترو وحافلات الترام وفي عمليات الجر الكهربائي.

قبل البدء بدراسة طرق إقلاع محركات التيار المستمر لابد أن نسلط الضوء على مميزات هذه المحركات الكهروميكانيكية والميكانيكية. يقصد بالمميزات الكهروميكانيكية العلاقة بين سرعة دوران المحرك n والتيار المار بملفات المتحرض I_a أي $n = f(I_a)$ أو $\omega = f(I_a)$ ، أما المميزات الميكانيكية فهي التي تربط المقادير الميكانيكية الأساسية للمحرك مع بعضها البعض، أي علاقة سرعة الدوران مع عزم المحرك T ، أي $n = f(T)$ أو $\omega = f(T)$ ، حيث ω هي السرعة الزاوية للمحرك. تختلف مميزات المحركات المستمرة من حيث شكلها وخصائصها ودرجة قساوتها من آلة إلى أخرى، كما أنها تختلف في الآلة الواحدة بالحالة الطبيعية وبوجود مقاومات تسلسلية مضافة مما يجعلنا نميز نوعين من المميزات: المميزات الطبيعية والمميزات الاصطناعية.

سنأتي على دراسة هذه المميزات بالتفصيل لأهم أنواع محركات التيار المستمر: المستقلة، التفرعية، التسلسلية و كذلك المختلطة.

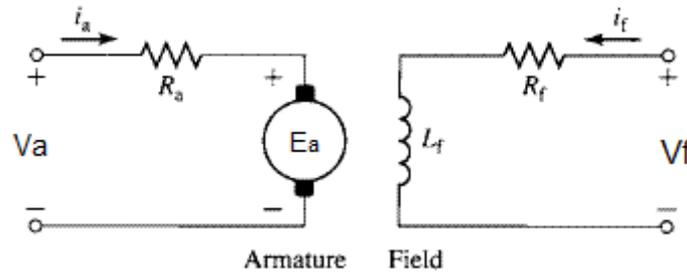
٣-٢- المميزات الكهروميكانيكية والميكانيكية لمحركات التيار المستمر :

Electromechanical and Mechanical Characteristics of D.C. Motors :

بشكل رئيسي يضم محرك التيار المستمر قسمين رئيسيين وهما: الجزء الثابت ويسمى أيضاً بالمتحرض وفيه تتواجد ملفات الحقل أو ملفات التهيج (وفي بعض الأحيان مغناطيس دائم لتوليد حقل مغناطيسي ثابت)، والجزء الدائر والذي يحوي على ملفات المتحرض ويمر فيها تيار الحمل. قبل دراسة مميزات محركات التيار المستمر لابد من التمييز بين المميزات الطبيعية للآلة المستمرة و تلك الاصطناعية. المميزات الطبيعية تهتم بدراسة خصائص المحرك التصميمية فقط، بينما الاصطناعية تهتم بدراسة تأثير وجود مقاومات خارجية تسلسلية مع دائرة المتحرض على مميزات عمل المحرك.

٣-٢-١- المميزات الكهروميكانيكية والميكانيكية لمحركات التيار المستمر المستقلة والفرعية :

بالنسبة لمحركات التيار المستمر ذات التهيج المستقل تتم تغذية ملفات التهيج من مصدر خارجي و بشكل مستقل عن ملفات المتحرض كما يوضح الشكل (٣-١).



الشكل (٣-١): الدارة الكهربائية المكافئة لمحرك تيار مستمر ذو تهيج مستقل

حيث V_a و V_f يمثلان الجهود المطبقة على دارتي التهيج والمتحرض على الترتيب، بينما I_a و I_f هما تيارات ملفات التهيج والمتحرض على الترتيب. E_a تمثل القوة المحركة الكهربائية المتحرضة في الدائر ذو المقاومة R_a . R_f تمثل مقاومة ملفات التهيج والتي تكون كبيرة نسبياً أمام مقاومة ملف المتحرض. في المحركات ذات التهيج المستقل وعند توتر ومقاومة ثابتة لدائرة التهيج فإن الفيض المغناطيسي ϕ يبقى ثابتاً و لا يتأثر بتغيرات الحمولة (المتمثلة بالتيار I_a)، لذلك وعند عمل الآلة ضمن مجالها الخطي يمكننا أن نكتب علاقة تناسب الفيض مع تيار التهيج (ثابت التناسب α) بالشكل المبسط التالي :

$$\phi = \alpha \cdot I_f \quad (1 - 3)$$

بالاعتماد على الدارة المكافئة للمحرك يمكننا كتابة العلاقات الكهربائية المميزة بالشكل الآتي :

$$V_f = R_f \cdot I_f$$

$$I_L = I_a$$

$$V = E_a + R_a \cdot I_a$$

$$T_a = C_m \cdot \phi \cdot I_a$$

$$E_a = C_e \cdot \phi \cdot n$$

$$E_a = C_m \cdot \phi \cdot \omega \quad (2 - 3)$$

حيث:

V : يمثل الجهد على مرابط الآلة (V)

I_L : يمثل تيار المحرك المسحوب من الشبكة وهو نفسه تيار المتحرض I_a (A).

T_a : تمثل عزم المتحرض (N.m).

C_e : يمثل ثابت الآلة الكهربائي.

C_m : يمثل ثابت الآلة الميكانيكي.

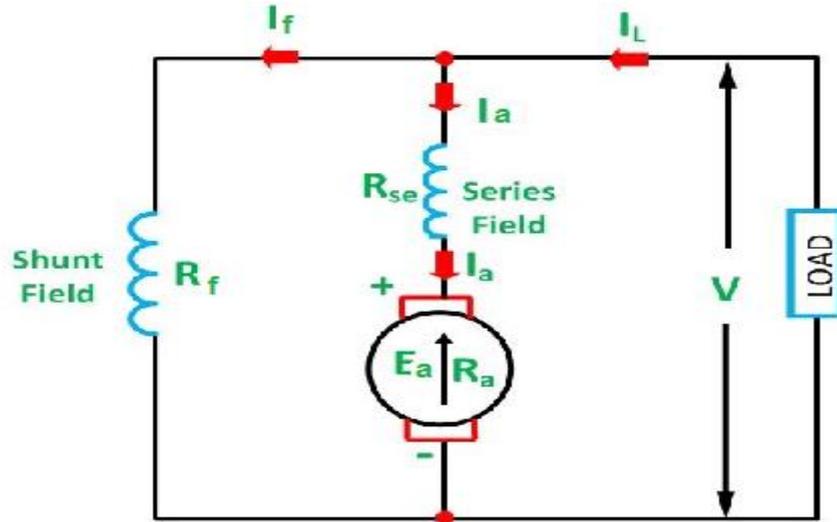
n : سرعة دوران محور المحرك (r.p.m).

ω : السرعة الزاوية (rad/sec) $(\omega = \frac{2\pi n}{60})$.

عند عمل الآلة كمحرك سينعكس اتجاه التيار I_L وسيعطى الجهد الكهربائي المتولد بدلالة القوة المحركة الكهربائية بالشكل :

$$V = E_a - R_a \cdot I_a \quad (3 - 3)$$

أما فيما يخص محرك التيار المستمر التفرعي والموضح بالشكل (2-3) فإنه يعد حالة خاصة من محركات التيار المستمر ذات التهيج المستقل، حيث الفيض ثابت ولا يتعلق بالحمل، لذلك يمكن اعتبار أن مميزات هذين النوعين متشابهة وستتم دراستها معاً.



الشكل (٣-٢): الدارة المكافئة لمحرك التيار المستمر التفرعي

بالاعتماد على العلاقات (٣ - ٢) يمكننا كتابة علاقة الجهد الكهربائي بالشكل:

$$V = C_e \cdot \phi \cdot n + R_a \cdot I_a \quad (٣ - ٤)$$

أو

$$V = C_m \cdot \phi \cdot \omega + R_a \cdot I_a \quad (٣ - ٥)$$

انطلاقاً من العلاقتين الأخيرتين يمكننا أن نكتب :

$$n = \frac{V}{C_e \cdot \phi} - \frac{R_a}{C_e \cdot \phi} I_a \quad (٣ - ٦)$$

أو

$$\omega = \frac{V}{C_m \cdot \phi} - \frac{R_a}{C_m \cdot \phi} I_a \quad (٣ - ٧)$$

العلاقتين (٣-٦) و(٣-٧) تمثلان المميزات الكهروميكانيكية لمحركات التيار المستمر المستقلة و التفرعية. باعتبار أن الفيض في هذه الأنواع من المحركات يعد ثابتاً لذلك فإن الجداء $C_e \cdot \phi$ أو $C_m \cdot \phi$ يعتبر أيضاً ثابتاً، وهذا يعني أن الطرف الأول من كلا المعادلتين السابقين هو مقدار ثابت وذلك عند جهد تغذية ثابت و يمثل سرعة المحرك على فراغ.

$$n_0 = \frac{V}{C_e \cdot \phi} \quad , \quad \omega_0 = \frac{V}{C_m \cdot \phi} \quad (٣ - ٨)$$

أما الحد الثاني من العلاقتين فهو متغير مع الحمل والمتمثل بالتيار I_a ، وهذا الحد يمكن اعتباره بمثابة هبوط سرعة المحرك بسبب الحمل و يساوي :

$$\Delta n = \frac{R_a \cdot I_a}{C_e \cdot \phi} \quad , \quad \Delta \omega = \frac{R_a \cdot I_a}{C_m \cdot \phi} \quad (9-3)$$

بالاعتماد على ما سبق يمكن إعادة كتابة معادلة المميزات الكهروميكانيكية لمحركات التيار المستمر المستقلة و التفرعية بالشكل المبسط الآتي :

$$n = n_0 - \Delta n \quad , \quad \omega = \omega_0 - \Delta \omega \quad (10-3)$$

بالعودة إلى معادلة عزم المحرك والميينة بالمعادلات (2-3) يمكن أن نستنتج علاقة تيار الحمل I_a مع العزم T_a بالشكل الآتي :

$$I_a = \frac{T_a}{C_m \cdot \phi} \quad (11-3)$$

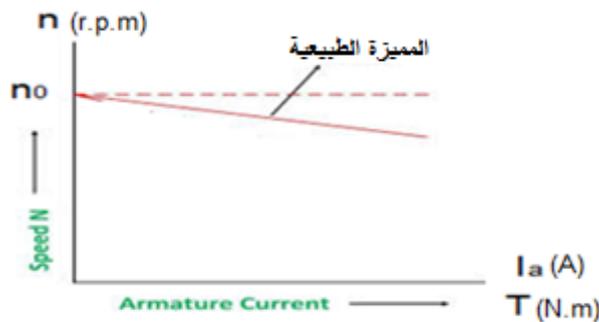
بتبديل قيمة التيار I_a من العلاقة (11-3) في المعادلات (6-3) و (7-3) نجد :

$$n = \frac{V}{C_e \cdot \phi} - \frac{R_a}{C_e \cdot C_m \cdot \phi^2} T_a \quad (12-3)$$

أو

$$\omega = \frac{V}{C_m \cdot \phi} - \frac{R_a}{C_m^2 \cdot \phi^2} T_a \quad (13-3)$$

المعادلتان (12-3) و (13-3) تمثلان المميزات الميكانيكية الطبيعية لمحرك التيار المستمر ذي التهيج المستقل والتفرعي، وهي مشابهة لنظيرتها الكهروميكانيكية، فهناك حد أول ثابت لا يتعلق بالحمولة (حالة العمل على فراغ) وحد ثاني يرتبط بالحمولة ويمثل هبوط سرعة المحرك. الشكل (3-3) يبين المميزات الكهروميكانيكية والميكانيكية الطبيعية لمحرك تيار مستمر ذي تهيج مستقل أو تفرعي.



الشكل (3-3): الميزة الكهروميكانيكية والميكانيكية الطبيعية للمحرك المستمر ذي التهيج المستقل والتفرعي

نلاحظ من الشكل السابق بأن للميزة الكهروميكانيكية والميكانيكية الطبيعية للمحرك ميل طفيف يزداد مع زيادة حمولة المحرك، كما أنه من الواضح أن تغيرات سرعة المحرك مع الحمولة تعتبر محدودة نسبياً وهذا ما يجعلنا نعتبر وبتقريب مقبول أن سرعة المحرك المستمر المستقل والتفرعي تبقى تقريباً ثابتة مع زيادة الحمل. عدم تغير سرعة المحرك التفرعي بشكل كبير مع الحمولة تجعله مناسباً للتطبيقات المنزلية وبعض التطبيقات الصناعية التي لا تتطلب عملها تغيير في السرعة.

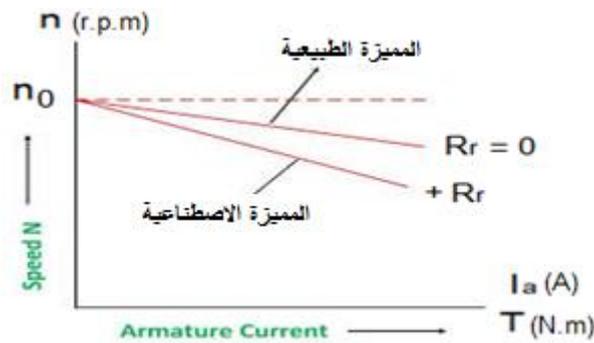
أما الميزة الإصطناعية للمحرك المستقل والتفرعي فإننا نحصل عليها عند إضافة مقاومة أو مجموعة مقاومات تسلسلية إلى دائرة المتحرض بغرض الحد من قيمة تيارات الإقلاع الخطرة. في هذه الحالة سيبقى الحد الأول من معادلات المميزات ثابت (المتمثل بسرعة العمل على فراغ)، والذي سيتغير فقط هو الحد اليميني الثاني (الذي يمثل هبوط سرعة المحرك)، والذي يصبح بالنسبة للميزة الكهروميكانيكية، إذا اعتبرنا أننا أضفنا مقاومة واحدة تسلسلية إلى دائرة المتحرض، كالاتي :

$$\Delta n = \frac{(R_a + R_r) \cdot I_a}{C_e \cdot \phi} \quad , \quad \Delta \omega = \frac{(R_a + R_r) \cdot I_a}{C_m \cdot \phi} \quad (٣ - ١٤)$$

وبالنسبة إلى الميزة الميكانيكية الاصطناعية يصبح هبوط السرعة :

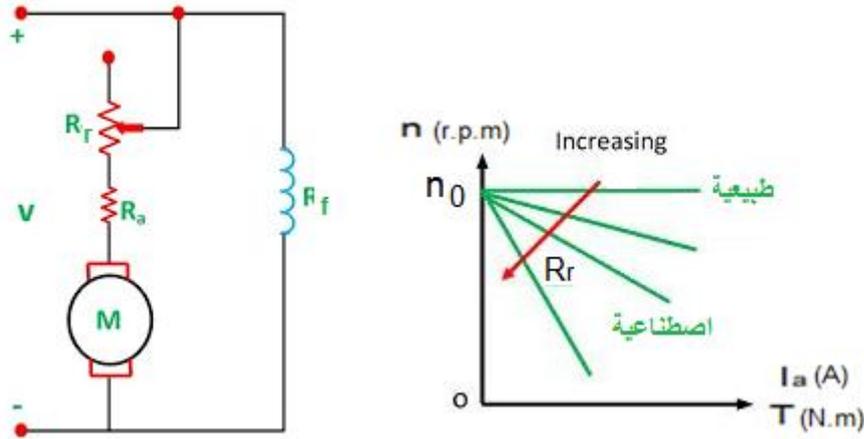
$$\Delta n = \frac{(R_a + R_r) \cdot T_a}{C_e \cdot C_m \cdot \phi^2} \quad , \quad \Delta \omega = \frac{(R_a + R_r) \cdot T_a}{C_m^2 \cdot \phi^2} \quad (٣ - ١٥)$$

وجود هذه المقاومة التسلسلية يجعل الميزة الكهروميكانيكية والميكانيكية الاصطناعية أكثر ميلاً (أقل قساوة) من الميزة الطبيعية وذلك تبعاً لقيمة R_r كما يبين الشكل (٣-٤).



الشكل (٣-٤): الميزة الاصطناعية للمحرك ذي التهيح المستقل والتفرعي بإضافة مقاومة واحدة

يمكن أن تتم إضافة مجموعة مقاومات إلى دائرة المتحرض لنحصل على حزمة من المستقيمات تنطلق جميعها من نقطة واحدة على محور السرعة وهي n_0 كما يوضح الشكل (٣-٥).



الشكل (٣-٥): المميرة الاصطناعية للمحرك ذي التهييج المستقل والتفرعي بإضافة عدة مقاومات

٣-٢-١-١- إنشاء المميزات الكهروميكانيكية والميكانيكية لمحركات التيار المستمر المستقلة والتفرعية :

وجدنا سابقاً بأن مميزة المحرك المستقل والتفرعي عبارة عن خط مستقيم، و رياضياً يكفي لرسم هذا المستقيم معرفة احداثيات نقطتين فقط. نختار احداثيات النقطة الأولى بسهولة من اللوحة الإسمية للمحرك بحيث تكون (I_n, n_n) للمميرة الكهروميكانيكية و (T_n, n_n) للميزة الميكانيكية. يمكننا استبدال سرعة الدوران n بالسرعة الزاوية ω . أما عزم المحرك الاسمي T_n فيمكننا تحديده من الاستطاعة الاسمية للمحرك P_n بالاعتماد على العلاقة الآتية :

$$T_n = 9,55 \cdot \frac{P_n}{n_n} \quad (٣-١٦)$$

أما النقطة الثانية فهي النقطة المقابلة للسرعة على فراغ، وهذه النقطة تكون نفسها في المميزات الطبيعية وكذلك الاصطناعية، واحداثياتها $(0, n_0)$ ، و يمكننا استنتاجها على النحو الآتي :

من العلاقات (٣-٢) نستنتج سرعة المحرك على فراغ $(E=0)$:

$$n_0 = \frac{V}{C_e \cdot \phi}$$

$$E_n = C_e \cdot \phi \cdot n_n = V - I_{an} \cdot R_a$$

$$C_e \cdot \phi = \frac{V - I_{an} \cdot R_a}{n_n}$$

فتكون العلاقة بين سرعة العمل على فراغ وتلك الاسمية كالاتي :

$$n_0 = \frac{V}{V - I_{an} \cdot R_a} \cdot n_n \quad (١٧ - ٣)$$

ولرسم هذه المميزات لابد من تحديد قيمة مقاومة المتحرض R_a يمكننا ذلك بالاعتماد على فرضية تساوي ضياعات المحرك الكلية مع الضياعات النحاسية للمتحرض وذلك عند المردود الأعظمي للمحرك η_{max} أي :

$$\sum \Delta P = 2 \cdot I^2 \cdot R_a = P_{in} - P_{out} = P_{in}(1 - \eta_{max}) = V_n \cdot I \cdot (1 - \eta_{max})$$

$$\sum \Delta P = 2 \cdot I^2 \cdot R_a$$

$$R_a = \frac{V_n}{2 \cdot I} (1 - \eta_{max}) = 0.5(1 - \eta_{max}) \frac{V_n}{I} \quad (١٨ - ٣)$$

حيث I هو التيار عند المردود الأعظمي.

بتقريب مقبول يمكن اعتبار أن المردود الأعظمي يحصل عند المردود الاسمي، في هذه الحالة يمكن أن نعيد صياغة المعادلة (١٨-٣) على النحو الآتي :

$$R_a = \frac{V_n}{2 \cdot I} (1 - \eta_n) = 0.5(1 - \eta_n) \frac{V_n}{I_n} \quad (١٩ - ٣)$$

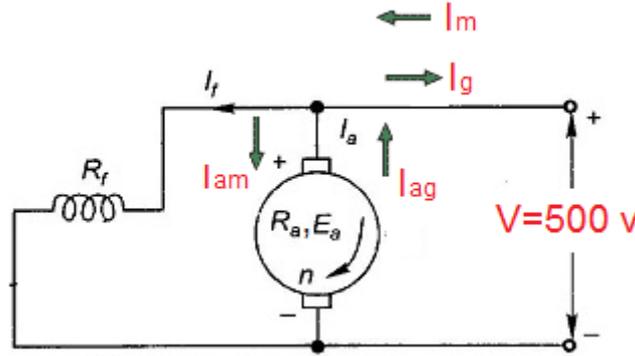
أما بالنسبة للميزة أو المميزات الاصطناعية فهي كالميزة الطبيعية عبارة عن خطوط مستقيمة تنطلق من نفس النقطة (سرعة العمل على فراغ Ω_0)، أما بالنسبة لإحداثيات النقطة الثانية فهي المقابلة للقيم الاسمية للسرعة والتيار و العزم. عند الحمولة الاسمية يمكن تحديد قيمة السرعة الاسمية n_{nr} من العلاقة الآتية :

$$n_{nr} = n_0 \left[1 - \frac{I_n(R_a + R_r)}{V} \right] \quad (٢٠ - ٣)$$

حيث R_r هي المقاومة المضافة إلى دائرة المتحرض.

مثال: ٣-١- لدينا مولدة تيار مستمرة ذات تهيج تفرعي باستطاعة قدرها 100 Kw تدور بسرعة 800 r.p.m موصولة بشبكة كهربائية توترها 500 V. مقاومة ملف التهيج 100Ω وملف المتحرض $0,1 \Omega$. أحسب سرعة دوران الآلة كمحرك باستطاعة قدرها 100 Kw، ثم ارسم المييزة الميكانيكية الطبيعية للآلة في حالة العمل كمولدة وكمحرك.

الحل :



الدائرة المكافئة للمثال المدروس في حالة العمل كمحرك وكمولدة

الحل:

١- في حالة العمل كمولدة : نحسب أولاً تيار التهيج من العلاقة التالية :

$$I_f = \frac{V}{R_f} = \frac{500}{100} = 5 A$$

نحسب التيار المقدم إلى الشبكة الكهربائية من العلاقة التالية :

$$I_L = \frac{P}{V} = \frac{100000}{500} = 200 A$$

فيكون تيار المتحرض (التيار الخارج من المولدة) (الرمز g للمولدة و m للمحرك) :

$$I_{a.g} = I_f + I_L = 200 + 5 = 205 A$$

و القوة المحركة الكهربائية المتولدة :

$$E_{ag} = V + I_a \cdot R_a = 500 + 205 \cdot (0,1) = 520,5 V$$

أما في حالة العمل كمحرك : يكون تيار المتحرض (التيار المسحوب من الشبكة) والقوة المحركة المتولدة :

$$I_{a.m} = I_L - I_f = 200 - 5 = 195 A \quad ; \quad E_{am} = V - I_a \cdot R_a = 480,5 V$$

بما أن الآلة تفرعية لذلك يكون تيار التهيج ثابت، وبالتالي فيض الآلة ثابت سواءً عند العمل كمحرك أو كمولدة ($\phi_g = \phi_m$)، ومنه تكون نسبة القوى المحركة الكهربائية تساوي لنسبة السرعة :

$$\frac{E_{am}}{E_{ag}} = \frac{n_m}{n_g} \rightarrow n_m = n_g \cdot \frac{E_{am}}{E_{ag}} \rightarrow n_m = 738,5 \text{ r.p.m}$$

٢- لرسم المميزّة الطبيعية للآلة في حالة العمل كمولد ومحرك لابد من تحديد احداثيات نقطتين وهما:

$$(T_n, \omega_n) \text{ و } (0, \omega_0)$$

يعطى العزم الاسمي بدلالة الاستطاعة والسرعة الزاوية بالعلاقة الآتية :

$$T_n = \frac{P_n}{\omega_n} \quad ; \quad \omega_n = \frac{2\pi \cdot n_n}{60}$$

$$\omega_n = \frac{2\pi \cdot n_n}{60}$$

في حالة العمل كمولدة :

$$\omega_{ng} = \omega_n = \frac{2 * \pi * 800}{60} = 83,77 \text{ rad/sec}$$

$$T_{ng} = \frac{100000}{83,77} = 1193,66 \text{ N.m}$$

$$\omega_{og} = \omega_{ng} * \frac{V}{V + I_{ag} \cdot R_a} = 80,47 \text{ rad/sec}$$

وفي حالة العمل كمحرك :

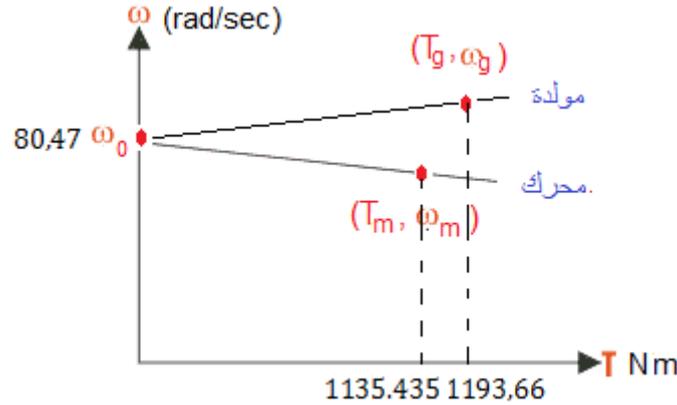
$$\omega_{nm} = \omega_n = \frac{2 * \pi * 738,5}{60} = 77,336 \text{ rad/sec}$$

نحسب عزم المحرك الاسمي من المساواة الآتية :

$$\frac{T_{nm}}{I_{nm}} = \frac{T_{ng}}{I_{ng}} \rightarrow T_{nm} = 1193,66 * \frac{195}{205} = 1135,435 \text{ N.m}$$

$$\omega_{0m} = \omega_{ng} * \frac{V}{V - I_{am} \cdot R_a} = 80,47 \text{ rad/sec}$$

بالاعتماد على احداثيات النقط السابقة يمكننا الآن رسم مميزة الآلة الميكانيكية عند عملها كمولدة وكذلك كمحرك.



المميزة الميكانيكية للمحرك وللمولدة

مثال: ٣-٢- محرك تيار مستمر ذو تهييج تفرعي يملك القيم الاسمية التالية:

$$V_n=220 \text{ V}, I_n=101 \text{ A}, P_n=18 \text{ Kw}, n_n=800 \text{ r.p.m}, R_a=0,242 \Omega$$

والمطلوب رسم المميزة الميكانيكية الطبيعية والاصطناعية للمحرك عند اضافة مقاومة تسلسلية للمتعرض قدرها $0,97 \Omega$.

الحل:

١- لرسم المميزة الطبيعية نقوم بتحديد احداثيات نقطتين: الأولى توافق عمل المحرك على فراغ وهي $(T=0, n=n_0)$ والتي نحسبها من العلاقة الآتية :

$$n_0 = n_n * \frac{V}{V - I_{an} \cdot R_a} = 800 * \frac{220}{220 - 101 \cdot 0,242} = 900 \text{ r.p.m}$$

فتكون احداثيات النقطة الاولى $(0, 900)$, وهي نفسها من أجل الاحداثيات الاصطناعية.

أما النقطة الثانية فهي الموافقة للحمولة الاسمية (T_n, n_n) .

$$T_n = 9,55 * \frac{P_n}{n_n} = 9,55 * \frac{18000}{800} = 214,875 \text{ N.m}$$

فتكون احداثيات النقطة الثانية للمميزة الطبيعية هي: (214.8 , 800).

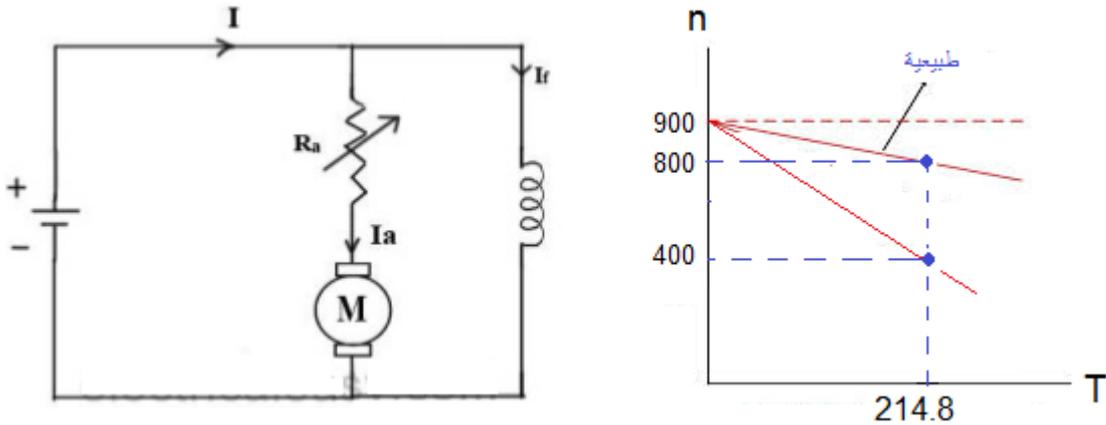
٢- لرسم الميزة الاصطناعية يكفي تحديد احداثيات النقطة الثانية الموافقة لعمل المحرك عند الحمولة الاسمية. (T_n, n_{nr}) . نقطة العمل على فراغ هي نقطة مشتركة لجميع المميزات لذلك يكفي أن نحسب السرعة الاسمية بعد اضافة المقاومة التسلسلية :

$$n_{nr} = n_0 \left[1 - \frac{I_n(R_a + R_r)}{V} \right] = 900 \left[1 - \frac{101(0,242 + 0,97)}{220} \right]$$

$$n_{nr} = 400 \text{ r.p.m}$$

نحدد النقطة ذات الاحداثيات (214.8 , 400).

يمكننا الآن رسم المميزتين الطبيعية والاصطناعية للمحرك على الشكل التالي :



الدائرة المكافئة والمميزتين الطبيعية والاصطناعية للمحرك التفرعي في المثال

مثال: ٣-٣- لدينا محرك تيار مستمر ذو تهييج تفرعي يملك القيم الاسمية التالية :

$$V_n=250 \text{ V}, P_n=10 \text{ hp}, R_a=0,5 \Omega, R_f=250 \Omega$$

ويسحب تياراً قدره 5 أمبير عند العمل على فراغ، المطلوب :

١- حساب المردود الاسمي للمحرك.

٢- حساب استطاعة المحرك عند مردوده الأعظمي، وهل يمكن الحصول على هذه الاستطاعة ؟

الحل :

١- الاستطاعة المستهلكة على فراغ تمثل ضياعات المحرك الكلية على فراغ وهي :

$$P_o = \sum \Delta P_o = V \cdot I_o = 250 * (5) = 1250 W$$

$$I_f = \frac{250}{250} = 1A$$

$$I_{ao} = I_o - I_f = 5 - 1 = 4 A$$

وهو تيار المتحرض على فراغ.

نحسب الضياعات النحاسية للمحرك على فراغ :

$$\Delta P_{cuf} = 250 * (1) = 250 W$$

$$\Delta P_{cua} = 0,5 * (4)^2 = 8 W$$

يمكننا الآن حساب ضياعات المحرك الميكانيكية والحديدية الكلية :

$$\Delta P_{mec} + \Delta P_{Fe} = 1250 - (250 + 8) = 992 W$$

نحسب تيار المتحرض عند الحمل الكامل من المساواة التالية (معادلة توازن الاستطاعة) :

$$P_{in-n} = P_{out-n} + \Delta P_{cua} + \Delta P_{cuf} + \Delta P_{mec} + \Delta P_{Fe}$$

$$V \cdot (I_a + I_f) = (7460) + 0,5 * (I_a)^2 + 250 + 992 ; I_f = 1 A$$

ومنه نستنتج تيار المتحرض الاسمي :

$$I_a = 36,5 A$$

فيكون تيار المحرك الكلي المسحوب عند الحمل الكامل :

$$I = 36,5 + 1 = 37,5 A$$

فتكون استطاعة المحرك الاسمية :

$$P_{in-n} = 250 * (37,5) = 9375 W$$

والمردود الاسمي :

$$\eta_n = \frac{P_{out-n}}{P_{in-n}} = \frac{7460}{9375} = 0,796$$

٢- يكون مردود المحرك أعظماً عند تساوي ضياعات المتحرض النحاسية مع الضياعات الثابتة (الميكانيكية والحديدية) :

$$R_a \cdot (I_a)^2 = 0,5 * (I_a)^2 = (1250 - 8) = 1242 W$$

ومنه فإن تيار المتحرض :

$$I_a = 49,84 A$$

تصبح استطاعة دخل المحرك في هذه الحالة :

$$V \cdot I_a = 250 * (49,84) = 12460 W$$

فتكون الضياعات النحاسية :

$$\Delta P_{cua} = 0,5 * (49,84)^2 = 1242 W$$

وبالتالي فإن استطاعة خرج المحرك عند المردود الأعظمي :

$$12460 - (1242 + 992) = 10226 W = 13,708 hp$$

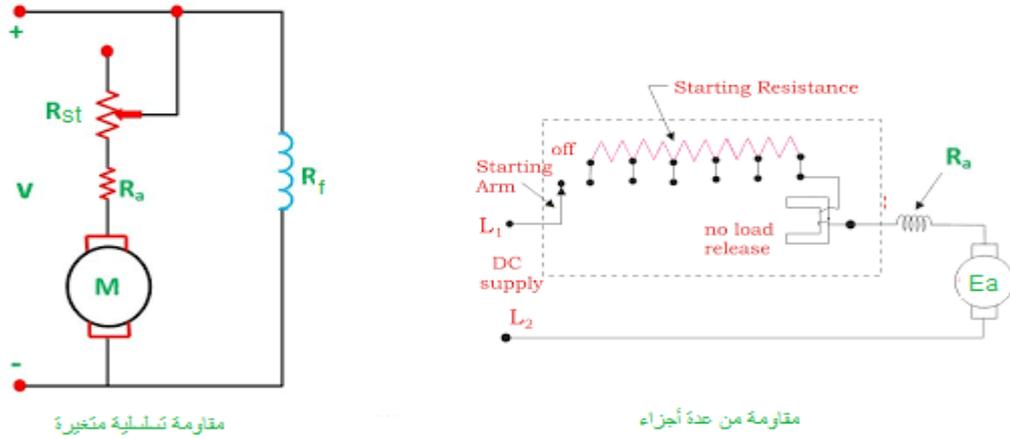
ولا يمكننا الحصول على هذه الاستطاعة من المحرك لأن التيار اللازم استجراره لجعل المردود أعظماً أكبر من تيار المحرك الاسمي

٣-٢-١-٢- إقلاع محركات التيار المستمر المستقلة و التفرعية :

عند تغذية المحرك المستمر المستقل أو التفرعي ومن دون وجود مقاومات إقلاع تكون قيمة القوة المحركة الكهربائية مساوية للصفر ($E_a=0$) باعتبار أن المحرك في حالة توقف). وبما أن مقاومة المتحرض صغيرة نسبياً بالنسبة إلى مقاومة التهييج عندئذٍ سيمر تيار كبير جداً في متحرض المحرك (قد يصل إلى عشرات أضعاف التيار الاسمي)، هذا التيار يساوي تيار الدارة القصيرة ويتم حسابه من العلاقة الرياضية الآتية :

$$I_{st} = \frac{V - 0}{R_a} = \frac{V}{R_a} \quad (٣ - ٢١)$$

مثل هذا التيار لا يتلاءم والشروط الحرارية للمحرك فمروره سينشر حرارة عالية داخل المحرك، لذلك لابد من حماية ملفات متحرض المحرك من هذا التيار (كون تيار التهيج مستقل و لا يتعلق بشروط الاقلاع والتحميل)، ويتم ذلك عن طريق الحد من قيمته العالية إلى قيم مقبولة يمكن للمحرك أن يتحملها خلال فترة الاقلاع (بما لا يزيد عن ضعفين ونصف ضعف التيار الاسمي). تقليل قيمة تيار الاقلاع يتم عن طريق إضافة مقاومة خارجية ثابتة أو متغيرة تسمى مقاومة الإقلاع (R_{st}) أو (ريوستات) تتصل على التسلسل مع ملفات المتحرض كما هو مبين على الشكل (٣-٦). هذه المقاومة يمكن أن تكون مؤلفة من أجزاء عدة يتم اخراجها على مراحل خلال فترة الإقلاع بما يناسب شروط عمل المحرك الحرارية. مقاومات الاقلاع هذه تستهلك جزءاً من القدرة الكهربائية نتيجة مرور التيار فيها، لذلك لابد من تبريدها بالهواء أو الزيت واطراجها بعد انتهاء مهمتها في الإقلاع ما لم يكن لها دور في التحكم بالسرعة.



الشكل (٣-٦) مقاومات الإقلاع التسلسلية في المحرك الفرعي

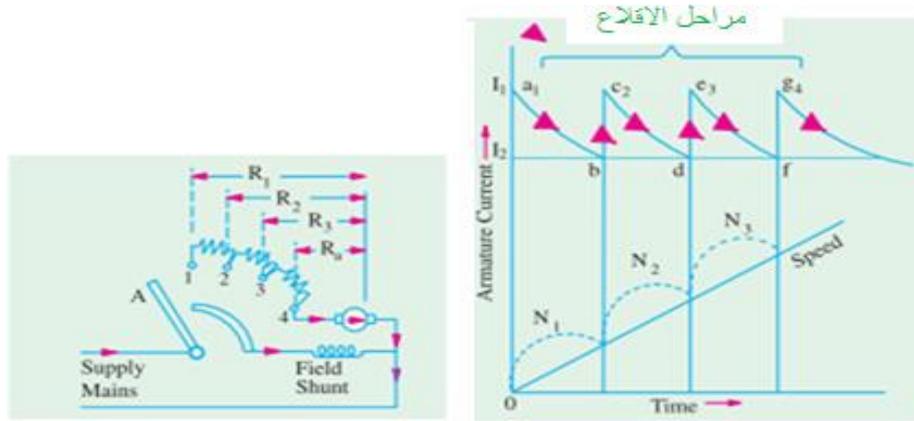
في بداية الاقلاع يتم ادخال كامل مقاومة الاقلاع ومن ثم يتم اخراجها تدريجياً بعد فترة زمنية محددة أو تبعاً لسرعة المحرك. تيار الاقلاع سيتأرجح طيلة فترة الإقلاع بين قيمتين حديتين هما :

- I_1 : تيار الإقلاع الأعظمي المسموح به (تبعاً للشروط الحرارية للمحرك) وتقع قيمته ضمن المجال $(2-2,5)I_n$.

- I_2 : تيار الإقلاع الأصغري والذي يحدد اللحظة الزمنية المناسبة لإخراج إحدى مقاومات الإقلاع التسلسلية، وتكون قيمته محصورة ضمن المجال $(1,1-1,25)I_n$.

يبين الشكل (٧-٣) تأرجح تيار الإقلاع بين القيمتين I_1 و I_2 وذلك مع زيادة السرعة ومع إخراج مقاومة تسلسلية من دائرة المتحرض.

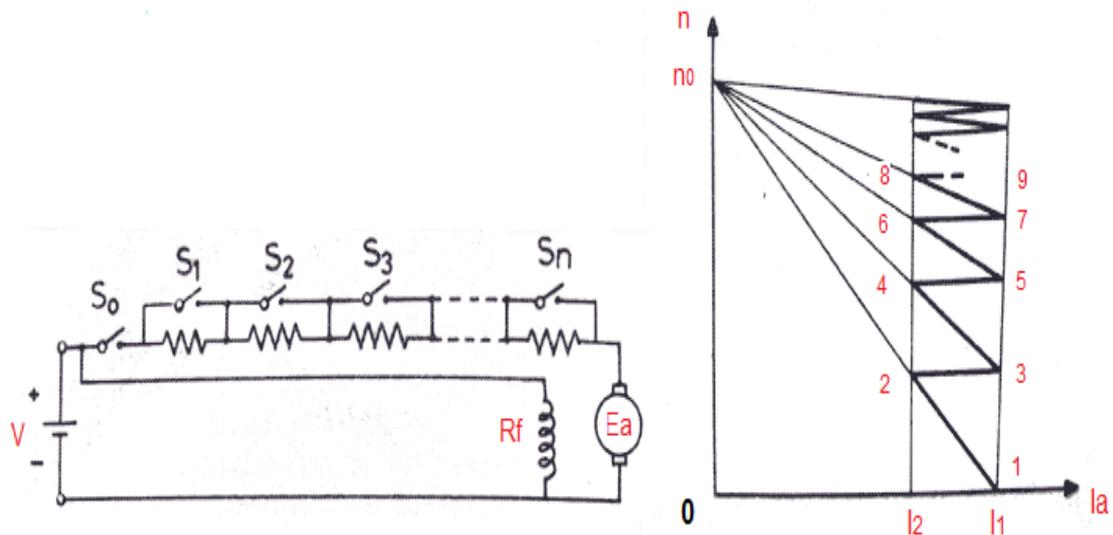
فعند زيادة السرعة ينخفض التيار إلى القيمة I_2 بينما يقفز من I_2 إلى I_1 نتيجة لفصل إحدى المقاومات، وهكذا حتى الوصول إلى السرعة الاسمية المقابلة للتيار الاسمي.



الشكل (٧-٣): تغير تيار الإقلاع وسرعة الدوران أثناء الإقلاع

٣-٢-١-٣- آلية إقلاع محركات التيار المستمر المستقلة والتفرعية :

يوضح الشكل (٨-٣) مخطط الميزة الكهروميكانيكية الاصطناعية لمحرك تيار مستمر تفرعي، أثناء فترة إقلاع المحرك على مراحل يتأرجح تيار الإقلاع بين القيمتين I_1 و I_2 كما ذكرنا سابقاً (يمكننا اختيار أربع مراحل مثلاً). ولتحقيق أكبر عزم إقلاع ممكن يتم الإقلاع بوجود مقاومة ملف التهييج فقط (من دون أي مقاومة تسلسلية مع ملف التهييج). عند الإقلاع نطبق كامل جهد الشبكة على متحرض المحرك ويقطع المحرك بوجود كامل مقاومات إقلاعه، ولتكن هنا أربع مقاومات $(R_{st}=I_1+I_2+I_3+I_4)$.



الشكل (٨-٣): مراحل إقلاع المحرك التفرعي

النقطة (1) تمثل لحظة إقلاع المحرك والتي تقابل تيار الإقلاع I_1 حيث السرعة والقوة المحركة الكهربائية مساوية للصفر (لحظة الإقلاع)، يساوي تيار الإقلاع في هذه اللحظة :

$$I_{st} = I_1 = \frac{V - 0}{R_a + R_{st}} = \frac{V}{R_a + R_{st}} \quad (٢٢ - ٣)$$

تبدأ بعدها سرعة الدوران بالازدياد وتبدأ معها القوة المحركة الكهربائية بالظهور والازدياد، وهذا يؤدي إلى تناقص قيمة تيار الإقلاع حتى يصل إلى القيمة I_2 عند النقطة (2) بالشكل، وعند هذا التيار تكون السرعة مساوية إلى القيمة n_1 . نحسب I_2 من العلاقة الآتية :

$$I_{st} = I_2 = \frac{V - E_{a1}}{R_a + R_{st}} \quad ; \quad E_{a1} = C_e \cdot \phi \cdot n_1 \quad (٢٣ - ٣)$$

عند النقطة (2) نقوم بفصل المقاومة r_1 فيقفز التيار مباشرة إلى القيمة I_1 المقابلة للنقطة (3)، بينما تبقى القوة المحركة والسرعة دون تغيير (الاستجابة الكهربائية أسرع من الميكانيكية)، لذلك تكون السرعة والقوة المحركة الكهربائية بين النقطتين (2) و (3) ثابتة. التيار عند النقطة (3) يساوي إلى :

$$I_1 = \frac{V - E_{a1}}{R_a + r_2 + r_3 + r_4} \quad (٢٤ - ٣)$$

عند النقطة (3) تبدأ سرعة الدوران بالازدياد وتزداد معها القوة المحركة الكهربائية حتى تساوي E_{a2} و المقابلة للسرعة n_2 ($E_{a2} = C_e \cdot \phi \cdot n_2$). مع زيادة السرعة ينقص التيار حتى يصل إلى القيمة I_2 وذلك عند النقطة (4) :

$$I_2 = \frac{V - E_{a2}}{R_a + r_2 + r_3 + r_4} \quad (٢٥ - ٣)$$

عند النقطة (4) نقوم بفصل المقاومة r_2 فيقفز التيار مباشرة إلى القيمة I_1 المقابلة للنقطة (5) بينما تبقى القوة المحركة والسرعة دون تغيير، لذلك تبقى السرعة والقوة المحركة الكهربائية بين النقطتين (4) و (5) ثابتة. التيار عند النقطة (5) يساوي إلى :

$$I_1 = \frac{V - E_{a2}}{R_a + r_3 + r_4} \quad (٢٦ - ٣)$$

عند النقطة (5) تعود السرعة والقوة المحركة الكهربائية للازدیاد من جدید حتى القيمة E_{a3} المقابلة للسرعة n_3 ($E_{a3} = C_e \cdot \phi \cdot n_3$)، ويتناقص بالنتيجة تيار الإقلاع حتى القيمة I_2 وذلك عند النقطة (6)، ويساوي في هذه الحالة :

$$I_2 = \frac{V - E_{a3}}{R_a + r_3 + r_4} \quad (27 - 3)$$

عند النقطة (6) المقابلة للتيار I_2 نقوم بفصل المقاومة r_3 فيقفز التيار مجدداً إلى قيمته العظمى I_1 وذلك عند النقطة (7)، بينما تبقى السرعة والقوة المحركة الكهربائية ثابتة بين النقطتين (6) و(7). نحسب I_1 من العلاقة الآتية :

$$I_1 = \frac{V - E_{a3}}{R_a + r_4} \quad (28 - 3)$$

تستمر السرعة بالازدیاد ومعها القوة المحركة الكهربائية حتى تصل إلى القيمة n_4 والتي تقابلها قوة محرقة كهربائية قدرها E_{a4} ($E_{a4} = C_e \cdot \phi \cdot n_4$) وذلك عند النقطة (8). وينخفض معها التيار حتى القيمة I_2 التي يمكن حسابها رياضياً من العلاقة الآتية :

$$I_2 = \frac{V - E_{a4}}{R_a + r_4} \quad (29 - 3)$$

عند النقطة (8) يتم فصل آخر مقاومة إقلاع (المقاومة r_4) مما يسبب زيادة مباشرة للتيار I_2 إلى القيمة I_1 وذلك عند النقطة (9) مع بقاء السرعة والقوة المحركة الكهربائية دون تغيير. نحسب I_1 بعد فصل جميع مقاومات الإقلاع من العلاقة الآتية :

$$I_1 = \frac{V - E_{a4}}{R_a} \quad (30 - 3)$$

عند النقطة (9) تعود سرعة المحرك وبالتالي قوته المحركة الكهربائية للازدیاد حتى تصل السرعة إلى قيمتها الاسمية n_n وكذلك تيار المتحرض I_n ، وينتقل المحرك للعمل على مميزته الطبيعية.

بإخراجنا للمقاومة r_4 نكون قد أخرجنا جميع مقاومات الإقلاع في مثالنا السابق. مع الملاحظة أن عدد مراحل الإقلاع يمكن أن يكون أكثر أو أقل من ذلك وهذا يعود إلى طبيعة المحرك وشروط إقلاعه الآمنة. كما أن عملية ادخال واخراج هذه المقاومات يمكن أن يكون يدوياً أو آلياً.

٣-٢-١-٤ - حساب مقاومات الإقلاع ودرجاتها تحليلياً :

بالعودة إلى الشكل (٣-٨)، عند لحظة الإقلاع (الموافقة للنقطة 1) تكون لدينا السرعة و القوة المحركة الكهربائية مساويتان للصفر والتيار مساوياً للقيمة I_1 . يمكننا أن نكتب معادلات المحرك الكهربائية بالشكل الآتي :

$$\begin{aligned} I &= I_1 ; E_{a1} = 0 \\ U &= 0 + I_1(R_a + R_{st}) \\ R_{st} &= \frac{V}{I_1} - R_a \end{aligned} \quad (٣ - ٣١)$$

عند لحظة فصل إحدى مقاومات الإقلاع ستبقى السرعة والقوة المحركة الكهربائية ثابتة، مما يعني ثبات السرعة n والقوة المحركة E بين النقاط (2 و 3)، (4 و 5)، (6 و 7)، (8 و 9). لذلك فعند النقطة (2) و (3) يكون لدينا :

$$\begin{aligned} E_{a2} &= E_{a3} \\ V - I_2(R_a + R_{st}) &= V - I_1(R_a + R_{st} - r_1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{I_2}{I_1} &= \frac{R_a + R_{st} - r_1}{R_a + R_{st}} \\ r_1 &= (R_a + R_{st}) \cdot \left(1 - \frac{I_2}{I_1}\right) \end{aligned} \quad (٣ - ٣٢)$$

وبممكننا الآن أن نكتب معادلات المحرك الموافقة للحظة فصل المقاومة r_2 ، أي بين النقطتين (4) و (5) بالشكل الآتية :

$$\begin{aligned} E_{a4} &= E_{a5} \\ V - I_2(R_a + R_{st} - r_1) &= V - I_1(R_a + R_{st} - r_1 - r_2) \end{aligned}$$

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{R_a + R_{st} - r_1 - r_2}{R_a + R_{st} - r_1}$$

$$r_2 = (R_a + R_{st} - r_1) \cdot \left(1 - \frac{I_2}{I_1}\right) \quad (33 - 3)$$

وبشكل مشابه بين النقاط (6) و (7) وكذلك (8) و (9) إلى أن ننتهي من فصل جميع مقاومات الإقلاع و التي في حالتنا تساوي 4 مقاومات.

لو فرضنا أن لدينا m درجة إقلاع يمكن أن نحسب المقاومة الأخيرة r_m كما يأتي :

$$E_{a(m-1)} = E_{a(m)}$$

$$V - I_2(R_a + R_{st} - r_1 - r_2 - \dots - r_{m-1}) = V - I_1 \cdot (R_a)$$

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{R_a}{(R_a + R_{st} - r_1 - r_2 - \dots - r_{m-1})}$$

$$r_m = R_{st} - r_1 - r_2 - \dots - r_{m-1} \quad (34 - 3)$$

بضرب جميع النسب السابقة للتيار $\left(\frac{I_2}{I_1}\right)$ ببعضها البعض والتي عددها (m) نحصل على ما يأتي :

$$\left(\frac{I_2}{I_1}\right)^m = \frac{R_a}{R_a + R_{st}} \quad (35 - 3)$$

ومنه:

$$I_2 = I_1 \cdot \sqrt[m]{\frac{R_a}{R_a + R_{st}}} \quad (36 - 3)$$

يمكننا القول بأنه لحساب مقاومة الإقلاع ودرجاتها تحليلياً علينا تحديد ما يلي :

١. قيمة تيار الإقلاع الأعظمي I_1 بحيث يقع ضمن المجال (2.5-2) من قيمة تيار المحرك الاسمي.

٢. قيمة تيار الإقلاع I_2 بحيث يكون أكبر من قيمة التيار الاسمي I_n وأصغر من قيمة تيار

الإقلاع الأعظمي I_1 .

٣. مقاومة الإقلاع الكلية من العلاقة التالية: $(R_{st} = \frac{V}{I_1} - R_a)$.

٤. عدد درجات الإقلاع m من العلاقة (36 - 3) بعد تحديد قيمة تيار الإقلاع ومقاومة

الإقلاع وذلك بأخذ لوغاريتم الطرفين :

$$m = \frac{\ln\left(\frac{R_a + R_{st}}{R_a}\right)}{\ln\left(\frac{I_1}{I_2}\right)} \quad (3 - 37)$$

مثال: ٣-٤- لدينا محرك تيار مستمر ذو تهييج تفرعي يملك القيم الاسمية الآتية :

$$V_n = 200 \text{ V}, P_n = 10 \text{ hp}, R_a = 0,25 \Omega, \eta = 85\%$$

أحسب قيمة مقاومة الإقلاع اللازمة للحد من تيار الإقلاع إلى 1.5 مرة من قيمة تيار المحرك الاسمي.
أحسب قيمة القوة المحركة الكهربائية للمحرك عندما يهبط التيار إلى قيمته الاسمية معتبراً أن مقاومة الإقلاع الكلية لاتزال في الدارة. ملاحظة: يمكن اهمال تيار التهييج.

الحل :

$$I_L = \frac{P_2}{V \cdot \eta} = \frac{7460}{200 \cdot (0,85)} = 43,88 \text{ A}$$

فيكون تيار الإقلاع الأعظمي I_1 مساوياً للقيمة :

$$I_1 = 1.5 * I_L = 66,83 \text{ A}$$

نحسب مقاومة الإقلاع الكلية R_{st} مع مقاومة المتحرض R_a من العلاقة الآتية :

$$R_T = R_a + R_{st} = \frac{V}{I_1} = \frac{200}{66,83} = 3,038 \Omega$$

فتكون مقاومة الإقلاع الكلية:

$$R_{st} = R_T - R_a = 3,038 - 0,25 = 2,788 \Omega$$

نحسب قيمة القوة المحركة الكهربائية بوجود كامل مقاومة الإقلاع وعند الحمل الاسمي من العلاقة الآتية :

$$E_a = V_a - I_n \cdot R_T = 200 - (43,88 * 3,038) = 67 \text{ V}$$

مثال: ٣-٥- لدينا محرك تيار مستمر ذو تهييج تفرعي يملك القيم الاسمية الآتية :

$$V_n = 220 \text{ V}, P_n = 15 \text{ Kw}, R_a = 0,328 \Omega, I_n = 83 \text{ A}, n_n = 770 \text{ rpm}$$

أحسب ما يأتي :

- ١- مقاومة الإقلاع الكلية ودرجاتها الثلاثة اللازمة لخفض تيار الإقلاع إلى ضعف قيمة التيار الاسمي.
- ٢- حساب سرعة المحرك على فراغ، و كذلك في كل مرحلة من مراحل الإقلاع.

الحل :

١- نحسب مقاومة الإقلاع الكلية :

$$R_T = R_a + R_{st} = \frac{V}{I_1} = \frac{V}{2 \cdot I_n} = \frac{220}{166} = 1,328 \Omega$$

$$R_{st} = 1,328 - 0,328 = 1 \Omega$$

نحسب تيار الإقلاع I_2 من العلاقة التالية باعتبار أن m هي عدد درجات الإقلاع وتساوي في حالتنا 3 مراحل :

$$I_2 = I_1 \cdot \sqrt[m]{\frac{R_a}{R_a + R_{st}}} = 166 \cdot \sqrt[3]{\frac{0,328}{1,328}} = 104 A$$

نحسب درجات الإقلاع الثلاثة كما يأتي :

$$r_1 = (R_a + R_{st}) \cdot \left(1 - \frac{I_2}{I_1}\right) = (1,328) * \left(1 - \frac{104}{166}\right) = 0,496 \Omega$$

$$r_2 = (R_a + R_{st} - r_1) \cdot \left(1 - \frac{I_2}{I_1}\right) = (1,328 - 0,496) * \left(1 - \frac{104}{166}\right) = 0,311 \Omega$$

$$r_3 = (R_{st} - r_1 - r_2) = (1 - 0,496 - 0,311) = 0,193 \Omega$$

٢- حساب سرعة المحرك المختلفة :

نستخدم كعلاقة اساسية لحساب السرعة علاقة نسب القوى المحركة الكهربائية، وذلك باعتبار أن تهييج الآلة ثابت، كما نعتبر أن تيار الآلة الكلي المسحوب من الشبكة الكهربائية مساو لتيار المتحرض، حيث يمكننا أن نهمل تيار التهييج أمام تيار المتحرض.

في حالة العمل على فراغ فإن القوة المحركة الكهربائية ستساوي لقيمة الجهد المطبق :

$$E_{a0} = V_n = 220 V$$

نحسب سرعة عمل المحرك على فراغ n_0 من النسبة الآتية :

$$\frac{E_{a0}}{E_{an}} = \frac{n_0}{n_n} \rightarrow n_0 = n_n * \left(\frac{E_{a0}}{E_{an}} \right) = n_n * \left(\frac{V}{V - I_n \cdot R_a} \right)$$

$$n_0 = 770 * \left(\frac{220}{220 - 83 * 0.328} \right) = 878,7 \text{ r.p.m}$$

– نحسب سرعة المحرك n_1 والتي نحصل عليها بعد فصل المقاومة r_1 :

$$\frac{E_{a1}}{E_{a0}} = \frac{n_1}{n_0} \rightarrow n_1 = n_0 * \left(\frac{E_{a1}}{E_{a0}} \right) = n_0 * \left(\frac{V - I_2 \cdot (R_a + R_{st})}{V} \right)$$

$$n_1 = 878,7 * \left(\frac{220 - 104(1,328)}{220} \right) = 327 \text{ r.p.m}$$

وبنفس الطريقة نحسب سرعة المحرك n_2 و n_3 بعد فصل المقاومات r_2 و r_3 على التوالي كما يأتي :

$$\frac{E_{a2}}{E_{a0}} = \frac{n_2}{n_0} \rightarrow n_2 = n_0 * \left(\frac{E_{a2}}{E_{a0}} \right) = n_0 * \left(\frac{V - I_2 \cdot (R_a + R_{st} - r_1)}{V} \right)$$

$$n_2 = 878,7 * \left(\frac{220 - 104 * (1,328 - 0,496)}{220} \right) = 533 \text{ r.p.m}$$

وكذلك نحسب n_3 :

$$\frac{E_{a3}}{E_{a0}} = \frac{n_3}{n_0} \rightarrow n_3 = n_0 * \left(\frac{E_{a3}}{E_{a0}} \right) = n_0 * \left(\frac{V - I_2 \cdot (R_a + R_{st} - r_1 - r_2)}{V} \right)$$

$$n_3 = 878,7 * \left(\frac{220 - 104 * (1,328 - 0,496 - 0,311)}{220} \right) = 622,3 \text{ r.p.m.}$$

مثال: ٣-٦- لدينا محرك تيار مستمر ذو تهييج تفرعي يملك القيم الاسمية الآتية :

$$V_n = 250 \text{ V}, P_n = 100 \text{ hp}, R_a = 0,05 \Omega$$

يراد تصميم مقاومة إقلاع لهذا المحرك بحيث تحد تيار الإقلاع الأعظمي إلى ضعف قيمة التيار الاسمي،

مع أن جزءاً من المقاومة يتم قصره في كل مرة يهبط فيها تيار الإقلاع إلى قيمته الاسمية، والمطلوب :

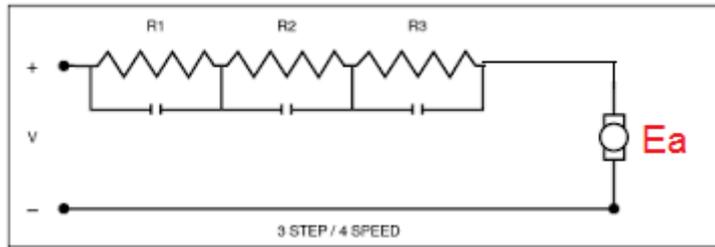
١- تحديد مقاومة الإقلاع الواجب اضافتها وعدد درجاتها للحد من قيمة التيار إلى القيمة المحددة.

٢- تحديد قيمة كل جزء من المقاومة وكذلك قيمة القوة المحركة الكهربائية عند كل مرحلة فصل للمقاومة.

الحل :

١- لتحديد عدد درجات الإقلاع يمكننا أن نتبع الخطوات الآتية :

- نحدد قيمة مقاومة الإقلاع الكلية R_T اللازمة لانقاص تيار الإقلاع إلى قيمته المطلوبة، ثم نحسب نسبة تلك المقاومة على مقاومة المتحرض ($a_1 = R_T / R_a$).
- نحدد نسبة تيار الإقلاع الأعظمي إلى تيار الإقلاع الأصغري ($a_2 = I_1 / I_2$).
- نحسب نسبة المقاومات على نسبة تيارات الإقلاع فتكون هي تقريباً عدد مراحل الإقلاع.



مقاومات الإقلاع التسلسلية مع متحرض المحرك

تيار الإقلاع الأعظمي I_1 يساوي ضعف قيمة التيار الاسمي أي $700A$ وذلك عند لحظة الإقلاع أي عندما $E_a = 0$ ، ومنه يمكن حساب مقاومة الإقلاع الكلية من العلاقة الآتية :

$$R_T = \frac{V}{I_1} = \frac{250}{700} = 0,357 \Omega$$

فتكون نسبة مقاومة الإقلاع :

$$a_1 = \frac{R_T}{R_a} = \frac{0,357}{0,05} = 7,14$$

أما نسبة تيارات الإقلاع فهي :

$$a_2 = \frac{I_1}{I_2} = \frac{700}{350} = 2$$

نحسب عدد درجات الإقلاع تقريباً من النسبة الآتية :

$$n = \frac{a_1}{a_2} = \frac{7,14}{2} = 3,57$$

يمكننا إذاً اختيار ثلاث مراحل لإقلاع المحرك.

عند الإقلاع تكون $E_a=0 V$ و $I_a=I_1=700A$ ومقاومة الإقلاع الكلية $R_T = 0,357\Omega$. هذه المقاومة عبارة عن ثلاثة أجزاء موصولة تسلسلياً في الدارة، وذلك من لحظة الإقلاع حتى هبوط تيار الإقلاع إلى القيمة $I_2=350A$ ، عند هذه القيمة للتيار تكون القوة المحركة الكهربائية قد زادت نتيجة لزيادة السرعة لتصبح:

$$E_{a1} = V - I_2 \cdot R_T = 250 - 350 * (0,357) = 125 V$$

عند هذه القيمة للقوة المحركة الكهربائية وعند تيار الإقلاع $I_2=350 A$ يمكننا فصل أولى مقاومات الإقلاع r_1 فيزداد التيار مباشرة إلى القيمة $I_1=700 A$ بينما تبقى السرعة والقوة المحركة الكهربائية عند قيمتها قبل الفصل مباشرة، المقاومة المتبقية في هذه الدارة هي:

$$R_a + r_2 + r_3 = \frac{250 - 125}{700} = 0,1786 \Omega$$

بعد فصل r_1 تبدأ السرعة بالازدياد وتزداد معها القوة المحركة الكهربائية ويتناقص التيار حتى يصل إلى القيمة $I_2=350 A$. نحسب القوة المحركة الكهربائية في هذه اللحظة:

$$E_{a2} = V - I_2 \cdot (R_T - r_1) = 250 - 350 * (0,1786) = 187,5 V$$

عند هذه القيمة للقوة المحركة الكهربائية وعند تيار الإقلاع $I_2=350A$ يمكننا فصل ثاني مقاومات الإقلاع r_2 فيزداد التيار من جديد و مباشرة إلى القيمة $I_1=700A$. المقاومة المتبقية في الدارة هي:

$$R_a + r_3 = \frac{250 - 187,5}{700} = 0,0893 \Omega$$

ستبقى هذه المقاومة في الدارة حتى يهبط التيار من جديد إلى $I_2=350 A$ نتيجة لازدياد سرعة المحرك وبالتالي قوته المحركة الكهربائية. نحسب قوة المحرك الكهربائية عند وصول التيار إلى القيمة $350 A$:

$$E_{a3} = V - I_2 * (R_T - r_1 - r_2) = 250 - 350 * (0,0893) = 218,75 V$$

عند هذه القيمة للقوة المحركة الكهربائية وعند تيار الإقلاع $I_2=350 A$ يمكننا فصل آخر مقاومة في دارة المتحرض وهي المقاومة r_3 ، سيزداد التيار إلى القيمة I_a :

$$I_a = \frac{a_1}{a_2} = \frac{250 - 218,75}{0,05} = 625 \text{ A}$$

وهي قيمة مقبولة للتيار باعتبار أنها أقل من قيمة تيار الإقلاع الأعظمية المسموحة.

يمكننا الآن حساب قيم مقاومات الإقلاع الثلاث على النحو التالي :

$$r_3 = 0,0893 - 0,05 = 0,0393 \ \Omega$$

$$r_2 = 0,1786 - 0,0393 - 0,05 = 0,0893 \ \Omega$$

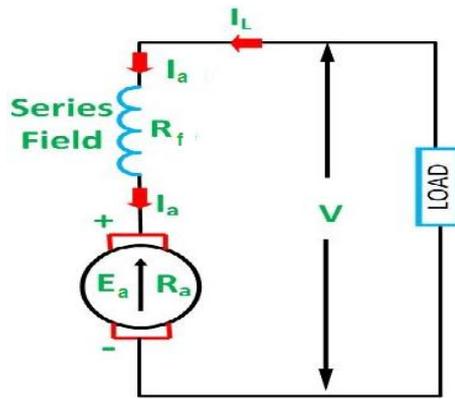
$$r_1 = 0,357 - 0,0893 - 0,0393 - 0,05 = 0,178 \ \Omega$$

فتكون قيم القوة المحركة الكهربائية المقابلة لفصل المقاومات r_1 و r_2 و r_3 على الترتيب هي :

(218,75 V , 187,5 V , 125V).

٣-٢-٢- المميزات الكهروميكانيكية والميكانيكية لمحركات التيار المستمر التسلسلية :

تتميز محركات التيار المستمر التسلسلية بعزم إقلاع عال وسرعات كبيرة عند الأحمال الصغيرة مما يجعلها من أهم المحركات المستخدمة في الجر الكهربائي والرافعات وقطارات المترو والباصات الكهربائية. تختلف المحركات التسلسلية عن محركات التيار المستمر المستقلة والتفرعية من حيث أن الفيض المغناطيسي فيها غير ثابت ومرتبطة بتغيرات الحمولة، حيث ملفا التهييج والمتحرض موصولان على التسلسل كما يوضح الشكل (٣-٩).



الشكل (٣-٩): الدارة المكافئة للمحرك المستمر ذي التهييج التسلسلي

المعادلات الكهربائية والميكانيكية المميزة للمحرك المستمر ذي التهييج التسلسلي هي :

$$V_f = R_f \cdot I_f$$

$$I_L = I_f = I_a$$

$$V = E_a + (R_a + R_f).I_a$$

$$T_a = C_m \cdot \phi \cdot I_a$$

$$E_a = C_e \cdot \phi \cdot n$$

$$E_a = C_m \cdot \phi \cdot \omega \quad (3 - 38)$$

في المحرك التسلسلي يكون الفيض المغناطيسي تابع مباشرة لتيار الحمولة I_a ، باعتبار أن الآلة تعمل في المجال الخطي فقط :

$$\phi = \alpha \cdot I_a \quad (3 - 39)$$

بالاعتماد على العلاقات (3-38) يمكننا كتابة علاقة الجهد الكهربائي بالشكل الآتي :

$$V = C_e \cdot \phi \cdot n + (R_a + R_f).I_a \quad (3 - 40)$$

أو

$$V = C_m \cdot \phi \cdot \omega + (R_a + R_f).I_a \quad (3 - 41)$$

انطلاقاً من العلاقتين الأخيرتين يمكننا أن نكتب :

$$n = \frac{V}{C_e \cdot \phi} - \frac{(R_a + R_f)}{C_e \cdot \phi} I_a \quad (3 - 42)$$

أو

$$\omega = \frac{V}{C_m \cdot \phi} - \frac{(R_a + R_f)}{C_m \cdot \phi} I_a \quad (3 - 43)$$

المعادلتان الأخيرتان تمثلان المميزات الكهروميكانيكية الطبيعية لمحركات التيار المستمر التسلسلية، وهذه العلاقات هي علاقات غير خطية ومعقدة نسبياً نظراً لارتباط الفيض المغناطيسي بتيار الحمولة. إلا أننا ولتبسيط معادلات المميزات فرضنا سابقاً بأن العلاقة بين فيض الآلة المغناطيسي وتيار المتحرض هي علاقة خطية.

نظراً لارتباط الفيض المغناطيسي للمحرك ϕ مع تيار المتحرض I_a لذلك يمكننا كتابة معادلة عزم الآلة المستمرة على الشكل الآتي :

$$T_a = C_m \cdot \phi \cdot I_a = C_m \cdot \alpha \cdot I_a^2 \quad (٤٤ - ٣)$$

ومنه فإن تيار المتحرض بدلالة العزم الكهربائي يعطى بالعلاقة الآتية :

$$I_a = \sqrt{\frac{T_a}{C_m \cdot \alpha}} \quad (٤٥ - ٣)$$

بتعويض قيمة الفيض في العلاقة (٣٩-٣) وقيمة التيار في العلاقة (٤٥-٣) بالمعادلات (٤٢-٣) و(٤٣-٣) نجد :

$$n = \frac{V}{C_e \cdot \alpha \cdot \sqrt{\frac{T_a}{C_m \cdot \alpha}}} - \frac{(R_a + R_f)}{C_e \cdot \alpha} \quad (٤٦ - ٣)$$

أو

$$\omega = \frac{V}{C_m \cdot \alpha \cdot \sqrt{\frac{T_a}{C_m \cdot \alpha}}} - \frac{(R_a + R_f)}{C_m \cdot \alpha} \quad (٤٧ - ٣)$$

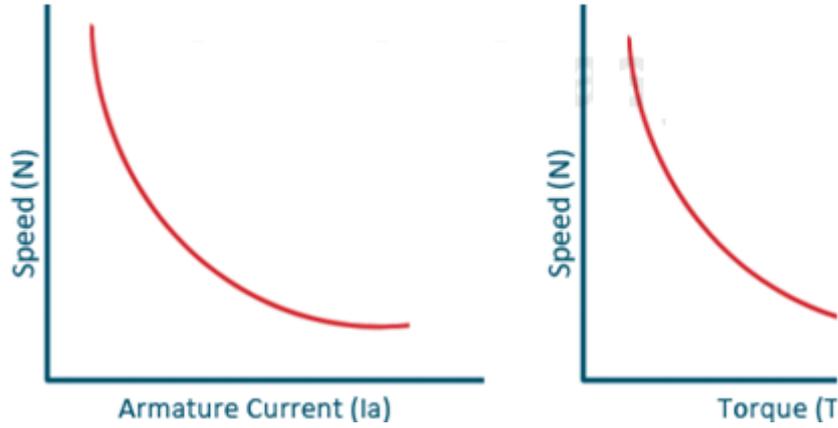
المعادلتان الأخيرتان تمثلان معادلات الميزة الميكانيكية الطبيعية للآلة المستمرة التسلسلية، ونظراً لثبات العناصر $V, C_m, (R_a + R_f)$ و α فإن المعادلة (٤٦-٣) يمكن إعادة كتابتها بالشكل المبسط الآتي :

$$n = \frac{A}{\sqrt{T_a}} - B \quad (٤٨ - ٣)$$

حيث :

$$A = \frac{V}{C_e} \sqrt{\frac{C_m}{\alpha}} \quad , \quad B = \frac{(R_a + R_f)}{C_e \cdot \alpha}$$

رياضياً فإن المعادلات المعبرة للمميزات الكهروميكانيكية والميكانيكية لها شكل قطع زائد يمكن تمثيله بيانياً على الشكل (١٠-٣).



الشكل (٣-١٠) الميزة الكهروميكانيكية والميكانيكية للمحرك المستمر التسلسلي

من الملاحظ أن سرعة المحرك تزداد مع تناقص العزم وتصل هذه السرعة إلى اللانهاية عند $T=0$ ، لذلك يجذر من تشغيل المحرك التسلسلي على فراغ حتى لا يؤدي ذلك إلى خروج المحرك عن مجال عمله الطبيعي وبالتالي إلى تلفه.

إلا أنه ومن الناحية العملية فإن المميزات الحقيقية للمحرك المستمر التسلسلي تختلف عما توصلنا إليه نظرياً وذلك نتيجة للإشباع المغناطيسي للآلة. يتم اللجوء للطرق التحليلية البيانية لإنشاء تلك المميزات والتي تستند إلى معطيات محددة موجودة ضمن جداول مرفقة مع النشرات الفنية الخاصة بهذه المحركات تبعاً لتصميمها واستطاعتها (غالباً ما يتم التعامل مع القيم الواحدية في هذه الجداول والنشرات). يتم الحصول على هذه المخططات والجداول من الشركات المصنعة وذلك بعد القيام بتجارب عملية على تلك المحركات بعد الانتهاء من عملية تصنيعها.

أما الميزة الاصطناعية للمحرك التسلسلي فإننا نحصل عليها عند إضافة مقاومة أو مجموعة مقاومات إلى دائرة المتحرض والتهيج، هذه المقاومة يمكن استخدامها كمقاومة اقلاع على مرحلة أو أكثر، وكذلك للتحكم بسرعة المحرك من أجل حمولة محددة. لإنشاء الميزة الاصطناعية نعود إلى المعادلتين (٣-٤٦) و (٣-٤٧) ونضيف إلى الحد الثاني المقاومة الخارجية المضافة R_r لنحصل على :

$$n = \frac{V}{C_e \cdot \alpha \cdot \sqrt{\frac{T_a}{C_m \cdot \alpha}}} - \frac{(R_a + R_f + R_r)}{C_e \cdot \alpha} \quad (٣ - ٤٩)$$

أو

$$\omega = \frac{V}{C_m \cdot \alpha \cdot \sqrt{\frac{T_a}{C_m \cdot \alpha}}} - \frac{(R_a + R_f + R_r)}{C_m \cdot \alpha} \quad (٥٠ - ٣)$$

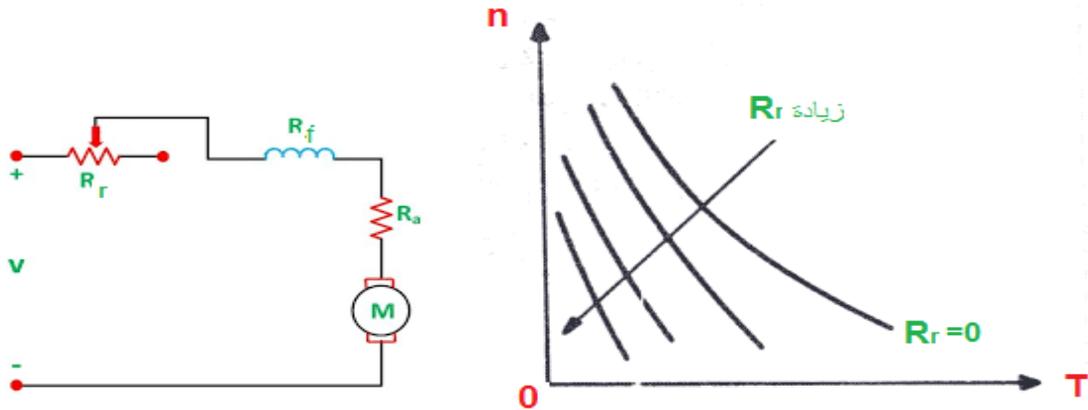
نلاحظ أن الحد الثاني من معادلات الميزة الطبيعية قد تغير، وبالتالي يمكن كتابة المعادلة (٤٨-٣) بالنسبة للميزة الاصطناعية بالشكل الآتي :

$$n = \frac{A}{\sqrt{T_a}} - B' \quad (٥١ - ٣)$$

حيث :

$$B' = \frac{(R_a + R_f + R_r)}{C_e \cdot \alpha} \quad (٥٢ - ٣)$$

يبين الشكل (١١-٣) المميزات الطبيعية مع الاصطناعية للمحرك المستمر التسلسلي من أجل عدة قيم للمقاومات الخارجية المضافة إلى دائرة المحرك. نلاحظ أن المميزات الاصطناعية أقل ليونة من المميزات الطبيعية وتزداد درجة انحدارها كلما ازدادت قيمة تيار الحمولة وعزمها.



الشكل (١١-٣): الميزة الطبيعية والاصطناعية للمحرك المستمر ذي التهييج التسلسلي

مثال: ٣-٧- لدينا محرك تيار مستمر ذو تهييج تسلسلي يتغذى بتوتر قدره 110 V مستحراً تياراً قدره 30 A عندما يدور بسرعة 1200 r.p.m. أحسب سرعة هذا المحرك عندما يستهلك تياراً مقداره 20 A، علماً بأن مقاومته الكلية تساوي 0,4 Ω.

الحل :

أولاً نفرض أن منحنى تمغنط المحرك خطي وأن رد فعل المتحرض مهمل.

لحساب سرعة المحرك الجديدة نقوم بنسب القوى المحركة الكهربائية في الحالتين (حالة التيار 30 A و حالة التيار 20 A) إلى بعضهما البعض. نحسب أولاً القوى المحركة في حالتين :

$$E_{a1} = V - (R_a + R_f) \cdot I_{a1} = 110 - 30 * (0,4) = 98 V$$

في الحالة الثانية حيث التيار المسحوب 20 A :

$$E_{a2} = V - (R_a + R_f) \cdot I_{a2} = 110 - 20 * (0,4) = 102 V$$

وبنسب هاتين العلاقتين نجد :

$$\frac{E_{a2}}{E_{a1}} = \frac{n_2}{n_1} \cdot \frac{\phi_2}{\phi_1} \rightarrow n_2 = n_1 * \left(\frac{E_{a2}}{E_{a1}}\right) = 1200 \left(\frac{102}{98}\right) = 1260 r.p.m$$

مثال: ٣-٨- لدينا محرك تيار مستمر ذو تهييج تسلسلي يملك القيم الاسمية التالية :

$$V_n = 220 V, P_n = 16 kW, I_n = 86 A, n_n = 600 r.p.m, R_a + R_f = 0,297 \Omega$$

والنشرة الفنية لهذا المحرك معطاة كقيم واحدة للتيار والسرعة بالجدول التالي :

I/I _n	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6	1,8	2
n/ n _n	1,6	1,23	1,09	1	0,94	0,89	0,85	0,81	0,78

المطلوب ما يلي :

١- رسم الميزة الكهروميكانيكية الطبيعية لهذا المحرك.

٢- حساب قيمة المقاومة R_r الواجب إضافتها على التسلسل مع دائرة المتحرض كي تصبح السرعة 200 r.p.m ومن ثم 400 r.p.m مع ثبات قيمة التيار في المتحرض على القيمة الاسمية.

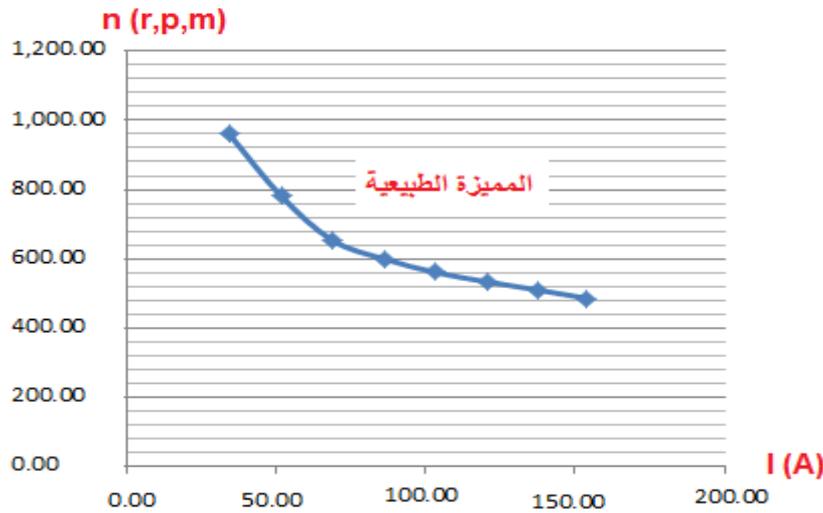
٣- رسم المميزات الكهروميكانيكية الاصطناعية الموافقة لقيمتي R_r المحسوبتين في الطلب السابق.

الحل :

١- بالاعتماد على الجدول المعطى بالنشرة الفنية للمحرك يمكننا حساب قيم التيار الحقيقية بالأمتير والمقابلة للسرعة n ، فنحصل على الجدول التالي :

I (A)	34,4	51,6	68,8	86	103,2	120,4	137,6	154
n (r.p.m)	960	783	654	600	561	534	510	486

بالاعتماد على جدول القيم الحقيقية للتيار وللسرعة يمكننا رسم العلاقة بين السرعة والتيار $n=f(I)$ فنحصل عندها على مميزة العمل الكهروميكانيكية الطبيعية للمحرك والموضحة بالشكل الآتي :



٢- لحساب قيمة المقاومات المضافة إلى دائرة المتحرض مع بقاء قيمة التيار مساوياً للتيار الاسمي نعلم على نسبة السرعة (n_2/n_1) . في حال عدم وجود مقاومة خارجية فإن القوة المحركة الكهربائية هي :

$$E_{a1} = V - (R_a + R_f) \cdot I_a = C_e \cdot \phi_1 \cdot n_1$$

أما في حال وجود المقاومة R_r تصبح القوة المحركة الكهربائية :

$$E_{a2} = V - (R_a + R_f + R_r) \cdot I_a = C_e \cdot \phi_2 \cdot n_2$$

باعتبار أن التيار يبقى ثابتاً إذاً $\phi_1 = \phi_2$ ، بالتالي تصبح نسبة السرعة بالاعتماد على المعادلتين السابقتين :

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{V - (R_a + R_f + R_r) \cdot I_a}{V - (R_a + R_f) \cdot I_a} = 1 - \frac{I_a \cdot R_r}{V - (R_a + R_f) \cdot I_a}$$

من أجل $n_2 = 400$ r.p.m فإن :

$$n_2 = n_1 * \left(1 - \frac{86 * R_{r1}}{220 - (0.297) * 86} \right)$$

$$400 = 600 * \left(1 - \frac{86 * R_{r1}}{220 - (0.297) * 86} \right)$$

$$R_{r1} = 0,754 \text{ r.p.m}$$

ومن أجل $n_2 = 200$ r.p.m فإن :

$$200 = 600 * \left(1 - \frac{86 * R_{r2}}{220 - (0.297) * 86} \right)$$

$$R_{r2} = 1,508 \text{ r.p.m}$$

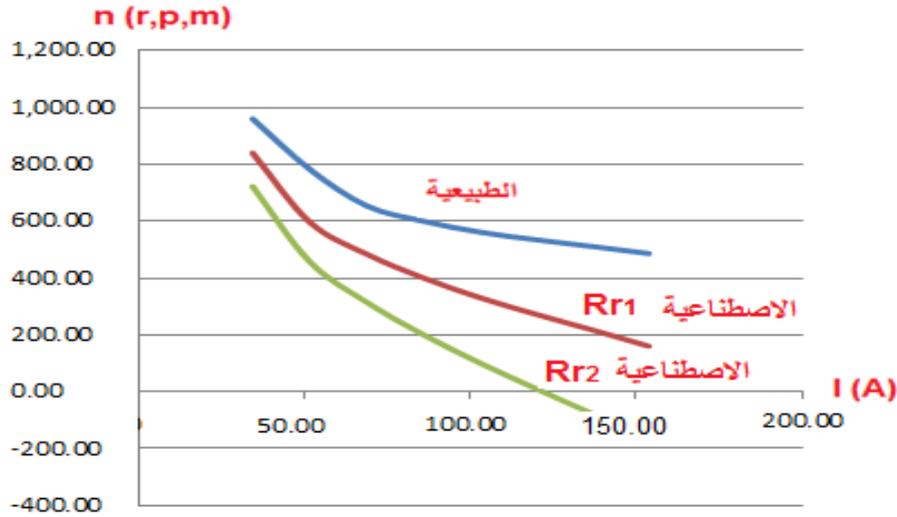
٣- لرسم المميزتين الاصطناعيتين المقابلتين للمقاومتين R_{r1} و R_{r2} ، نحسب قيمة السرعة n_2 المقابلة للتيار I وللسرعة n_1 وذلك بالاعتماد على العلاقة الآتية :

$$n_2 = n_1 * \left(1 - \frac{I_a \cdot R_r}{V - (R_a + R_f) \cdot I_a} \right)$$

يبين الجدول التالي قيم السرعة n_2 من أجل R_{r1} و R_{r2} من أجل قيم التيار I والسرعة n_1 .

I (A)	34,4	51,6	68,8	86	103,2	120,4	137,6	154
n_1 ($R_r=0$)	960	783	654	600	561	534	510	486
n_2 (R_{r1})	840	597	484	400	330	271	215	160
n_3 (R_{r2})	722	458	315	200	100	8	-81	-166

الشكل التالي يبين المميّزة الطبيعية مع المميزتين الاصطناعيتين المرسومتين من أجل قيمتين للمقاومة.

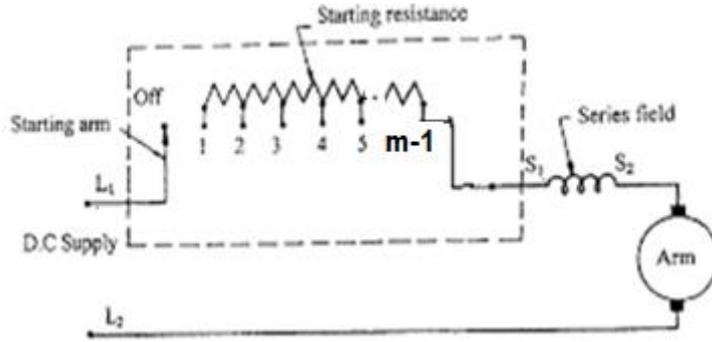


٣-٢-١- إقلاع محركات التيار المستمر التسلسلية :

لإقلاع محرك التيار المستمر لابد أن نراعي قيمة تيار الإقلاع والذي يمكن أن يسبب ضرر أو حتى تلف بملفات الآلة. من الطرق المتبعة لإقلاع المحرك المستمر التسلسلي هي تطبيق توتر مستمر منخفض في البداية ثم رفعه تدريجياً حتى الوصول للتوتر الاسمي عند وصول سرعة المحرك إلى السرعة الاسمية، وهناك أيضاً طريقة إضافة مقاومة خارجية متغيرة إلى دائرة المتحرض ويتم إخراجها تدريجياً مع زيادة السرعة، وتعد هذه الطريقة من الطرق الأكثر شيوعاً لإقلاع المحركات المستمرة التسلسلية. في جميع الحالات يجب مراعاة إقلاع المحرك تحت الحمولة لتجنب التسارع الخطر للمحرك والذي يمكن أن يؤذيه ويتلفه كما وجدنا عند دراسة مميزات الميكانيكية.

٣-٢-٢- حساب مقاومات الإقلاع ودرجاتها تحليلياً :

الشكل (٣-١٢) يبين دائرة إقلاع محرك مستمر تسلسلي مؤلفة من عدة مقاومات إقلاع جزئية يتم إخراجهم على مراحل مع تزايد سرعة المحرك. تقيداً بالشروط الحرارية للمحرك والمدرجة ضمن مواصفاته الفنية فإننا نحدد قيمة تيار الإقلاع الأعظمي I_1 بحيث يقع ضمن المجال $I_n (2-2,5)$ ، وبناءً عليه نحسب قيمة مقاومة الإقلاع الكلية من العلاقة $R_{st} = \frac{V}{I_1} - (R_a + R_f)$ ، أما قيمة تيار الإقلاع الصغرى I_2 نحددها تقريباً بحيث يقع بين قيمة التيار الاسمي I_n و تيار الإقلاع الأعظمي I_1 .



الشكل (١٢-٣): دائرة إقلاع محرك مستمر تسلسلي مع مجموعة مقاومات إقلاع جزئية

عند لحظة الإقلاع يكون لدينا :

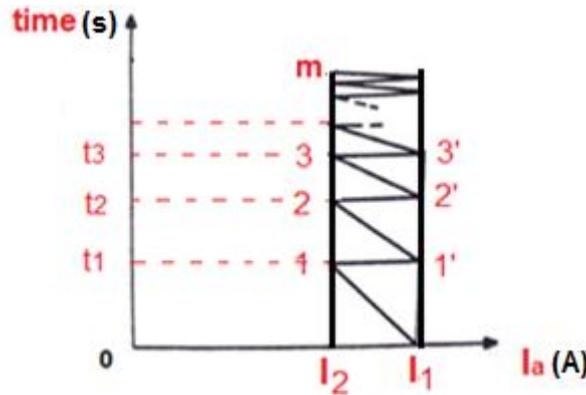
$$I = I_1 ; E_{a1} = 0$$

$$V = 0 + I_1(R_t + R_{st}) ; R_t = R_a + R_f$$

$$R_{st} = \frac{V}{I_1} - R_t \quad (٥٣ - ٣)$$

الشكل (١٣-٣) يوضح تغيرات تيار إقلاع المحرك المستمر التسلسلي ذي مرحلة m . بعد أن

يقلع المحرك تبدأ سرعته بالازدياد وتزداد معها القوة المحركة الكهربائية مما يؤدي إلى تناقص قيمة تيار الإقلاع إلى القيمة I_2 ، ويترافق ذلك أيضاً بتناقص الفيض المغناطيسي الموافق وذلك من القيمة ϕ_1 إلى القيمة ϕ_2 .



الشكل (١٣-٣): مراحل إقلاع المحرك المستمر التسلسلي

لنفرض أن $\frac{I_1}{I_2} = k$ و $\frac{\phi_1}{\phi_2} = a$ ، نفرض كذلك أن E_a^- هي القوة المحركة الكهربائية قبل فصل المقاومة r_1 بقليل أي عند النقطة (1) وعند الزمن t_1^- ، وأن E_a^+ هي القوة المحركة الكهربائية بعد فصل

المقاومة r_1 بقليل أي عند النقطة (1') وعند الزمن t_1^+ ، أما سرعة دوران المحرك فإنها وبسبب عطالة المحرك تبقى ثابتة عند الانتقال السريع بين النقطتين (1) و (1')، يمكننا أن نكتب في هذه الحالة :

$$\begin{aligned} E_{a1}^- &= V - I_2 \cdot (R_t + R_{st}) = C_m \cdot \phi_2 \cdot \omega_1 \\ E_{a1}^+ &= V - I_1 \cdot (R_t + R_{st} - r_1) = C_m \cdot \phi_1 \cdot \omega_1 \end{aligned} \quad (54 - 3)$$

نقوم بنسب القوتين المحركتين الكهربائيتين في العلاقة السابقة لنحصل على :

$$\frac{E_{a1}^-}{E_{a1}^+} = \frac{V - I_2 \cdot (R_t + R_{st})}{V - I_1 \cdot (R_t + R_{st} - r_1)} = \frac{C_m \cdot \phi_2 \cdot \omega_1}{C_m \cdot \phi_1 \cdot \omega_1} = \frac{\phi_2}{\phi_1} = \frac{1}{a} \quad (55 - 3)$$

وبشكل مشابه عند النقطة (2) والنقطة (2'):

$$\frac{E_{a2}^-}{E_{a2}^+} = \frac{V - I_2 \cdot (R_t + R_{st} - r_1)}{V - I_1 \cdot (R_t + R_{st} - r_1 - r_2)} = \frac{\phi_2}{\phi_1} = \frac{1}{a} \quad (56 - 3)$$

وكذلك من أجل (3) والنقطة (3'):

$$\frac{E_{a3}^-}{E_{a3}^+} = \frac{V - I_2 \cdot (R_t + R_{st} - r_1 - r_2)}{V - I_1 \cdot (R_t + R_{st} - r_1 - r_2 - r_3)} = \frac{\phi_2}{\phi_1} = \frac{1}{a} \quad (57 - 3)$$

ومن أجل آخر مرحلة من مراحل الإقلاع فإن :

$$\frac{E_{a(m-1)}^-}{E_{a(m-1)}^+} = \frac{V - I_2 \cdot (R_t + r_{n-1})}{V - I_1 \cdot (R_t)} = \frac{\phi_2}{\phi_1} = \frac{1}{a} \quad (58 - 3)$$

نعود إلى الشكل (3-12) ونفرض أن :

$$\begin{aligned} R_1 &= R_{st} + R_t = r_1 + r_2 + r_3 + \dots + r_{m-1} + R_t \\ R_2 &= (R_{st} - r_1) + R_t = r_2 + r_3 + \dots + r_{m-1} + R_t \\ R_3 &= (R_{st} - r_1 - r_2) + R_t = r_3 + \dots + r_{m-1} + R_t \end{aligned} \quad (59 - 3)$$

وهكذا...

ومنه :

$$r_1 = R_1 - R_2$$

$$r_2 = R_2 - R_3$$

$$r_3 = R_3 - R_4$$

.

.

$$r_{m-1} = R_{m-1} - R_t ; \quad r_m = R_t \quad (٦٠ - ٣)$$

بالعودة إلى العلاقة (٥٥ - ٣) يمكننا أن نكتب :

$$a.(V - I_2 R_1) = V - I_1 R_2$$

$$a.V - a.I_2 R_1 = V - I_1 R_2$$

$$V.(1 - a) = I_1 R_2 - a.I_2 R_1 \quad (٦١ - ٣)$$

بقسمة العلاقة الأخيرة على I_1 نجد :

$$\frac{V}{I_1} . (1 - a) = R_2 - a . \frac{I_2}{I_1} R_1$$

$$R_1 . (1 - a) = R_2 - \frac{a}{K} . R_1 ; \quad R_1 = \frac{V}{I_1}$$

$$r_1 = (a - b) . R_1 ; \quad b = \frac{a}{K} \quad (٦٢ - ٣)$$

وبنفس الطريقة نجد بعد العودة إلى العلاقات (٥٦ - ٣) و (٥٧ - ٣) و (٥٨ - ٣) :

$$r_2 = b . r_1$$

$$r_3 = b . r_2$$

.

.

$$r_{m-1} = b . r_{m-2} \quad (٦٣ - ٣)$$

تصبح مقاومة الإقلاع الكلية :

$$R_{st} = r_1 + r_2 + r_3 + \dots + r_{m-1}$$

$$R_{st} = r_1 (1 + b + b^2 + b^3 + \dots + b^{m-1}) \quad (٦٤ - ٣)$$

وهي عبارة عن متوالية هندسية متزايدة حدها الأول هو r_1 وأساسها هو b ، رياضياً مجموع $m - 1$ حد هو :

$$R_{st} = r_1 \frac{1 - b^{m-1}}{1 - b} \quad (٣ - ٦٥)$$

بأخذ لوغاريتم الطرفين نحصل على عدد مراحل الإقلاع m (عدد نقاط مقاومة الإقلاع) :

$$m = 1 + \frac{\ln \left[1 - (1 - b) \cdot \frac{R_{st}}{r_1} \right]}{\ln(b)} \quad (٣ - ٦٦)$$

٣-٢-٣- مقارنة أداء عمل محركي التيار المستمر التفرعي والتسلسلي :

بالمقارنة بين أداء المحركين التفرعي والتسلسلي نجد أن العزم في المحركات التفرعية يتناسب مع تيار المتحرض ($T_a = \alpha \cdot I_a$) باعتبار أن الفيض ثابت، في حين أن هذا العزم يتناسب مع مربع التيار ($T_a = \alpha \cdot I_a^2$) في المحركات التسلسلية، وهذا يعني أن المحرك المستمر التسلسلي ينتج عزم اقلاع أعلى مما ينتجه المحرك التفرعي، وهذا ما يجعل من المحركات التسلسلية محركات ذات أهمية كبيرة في التطبيقات التي تتطلب عزوم اقلاع عالية كآلات الجر والقطارات الكهربائية على سبيل المثال.

فيما يخص السرعة فإنه وكما رأينا بأن سرعة دوران المحرك المستمر التفرعي تقريباً ثابتة (حالة الميزة الطبيعية)، بينما تتغير السرعة بشكل كبير مع الحمل في المحركات التسلسلية، وتذهب للانتهاء في حالة العمل على فراغ.

استطاعة العمل المفيدة تعطى بالعلاقة الآتية :

$$P_{out} = \omega \cdot T = \frac{2 \cdot \pi \cdot n}{60} \cdot T \quad (٣ - ٦٧)$$

باعتبار أن السرعة في المحرك المستمر التفرعي ثابتة لذلك فإن الاستطاعة تتناسب طردياً مع العزم ($P_{out} = \alpha \cdot T_a$)، بينما تتناسب مع جذر العزم في المحرك المستمر التسلسلي ($P_{out} = \alpha \cdot \sqrt{T_a}$) (كون السرعة تتناسب عكسياً مع جذر العزم). هذا يعني أن تغيرات الحمولة ضمن مجال واسع في المحركات التسلسلية سيكون له تغيرات في العزم أقل حدة منها في المحركات التفرعية، وهذا ما يفسر قدرة المحركات المستمرة التسلسلية على تحمل زيادة في التحميل أكثر منها في المحركات التفرعية والمستقلة.

مثال: ٣-٩- في المثال السابق (٣-٨) للمحرك المستمر التسلسلي أحسب عدد درجات الإقلاع لهذا المحرك عند إقلاعه تحت حملته الاسمية، علماً بأن تيار إقلاعه الاعظمي يساوي ضعف قيمة تياره الاسمي.

الحل :

$$I_1 = 2I_n = 2 * 86 = 172 \text{ A}$$

$$I_2 = 1,2I_n = 1,2 * 86 = 103,2 \text{ A}$$

نحدد الثوابت التالية :

$$a = \frac{\phi_1}{\phi_2} ; k = \frac{I_1}{I_2} ; b = \frac{a}{k}$$

$$k = \frac{I_1}{I_2} = 1,667$$

$$a = \frac{\phi_1}{\phi_2} = \frac{E_1 \cdot \omega_1}{E_2 \cdot \omega_1}$$

$$E_1 = 169 \text{ V} ; E_2 = 189,453 \text{ V} ; a = 1,075 ; b = 0,645$$

نحسب قيمة المقاومة الكلية R_1 من العلاقة التالية :

$$R_1 = \frac{V_1}{I_1} = \frac{220}{172} = 1,279 \Omega$$

فتكون مقاومة الإقلاع الكلية R_{st} :

$$R_{st} = R_1 - R_t = 1,279 - 0,297 = 0,982 \Omega$$

ومنه نحسب قيمة المقاومة الجزئية r_1 كما يلي :

$$r_1 = (a - b) \cdot R_1 = 0,55 \Omega$$

ومن العلاقة (٣-٦٦) نحدد عدد مراحل الإقلاع m :

$$m = 1 + \frac{\ln \left[1 - (1 - b) \cdot \frac{R_{st}}{r_1} \right]}{\ln(b)} = 3,3$$

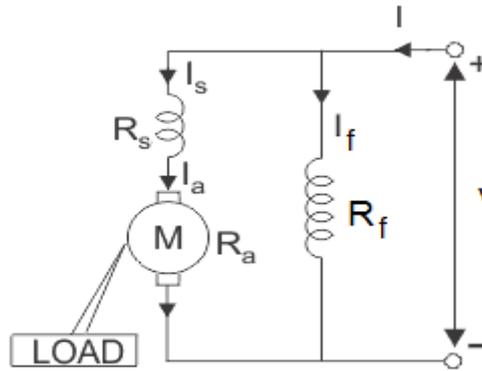
وحتى يكون عدد مراحل الإقلاع عدداً صحيحاً نقرب m إلى أقرب عدد صحيح وليكن 3، بشرط أن تبقى شروط تحميل المحرك محققة.

٣-٢-٤ - المميزات الكهروميكانيكية والميكانيكية لمحركات التيار المستمر المختلطة :

إن محركات التيار المستمر ذات التهيج المختلط هي عبارة عن محركات تفرعية أضيفت إليها ملفات تهيج تسلسلية، و التي يمر فيها إما تيار المتحرض فقط أو كامل تيار المحرك. من هنا يمكننا أن نميز نوعين من هذه المحركات: محركات مختلطة بتفرعية طويلة ومحركات مختلطة بتفرعية قصيرة. وسندرس الخصائص العامة لكل نوع على حدة :

■ المحرك المختلط ذو التفرعية الطويلة : هذا النوع من المحركات مصمم ليتحمل كامل تيار الآلة،

ودارته المكافئة موضحة بالشكل (٣-١٤) :



الشكل (٣-١٤): محرك تيار مستمر مختلط ذو تفرعية طويلة

هذه المحركات تتمتع بعزم إقلاع كبير نسبياً، وهذا ما يجعلها مناسبة في عمليات الجر الكهربائي.

نرمز للفيض المغناطيسي الكلي لهذه المحركات بالرمز ϕ وهو عبارة عن المجموع الجبري لفيضي ملفي التهيج التفرعي ϕ_f و التسلسلي ϕ_s أي :

$$\phi = \phi_f \pm \phi_s = \alpha_f \cdot I_f \pm \alpha_a \cdot I_a \quad (٣ - ٦٨)$$

الإشارة الموجبة تعني أن الفيضين المتشككين في الملفين بالاتجاه نفسه، بينما الإشارة السالبة تعني أن الفيضين باتجاهين متعاكسين. المعادلات التي تميز هذه المحركات مشابهة لتلك للمحرك التسلسلي وهي :

$$V_f = R_f \cdot I_f$$

$$I = I_f + I_a$$

$$V = E_a + (R_a + R_s).I_a = R_f.I_f$$

$$E_a = C_m(\phi_f \pm \phi_s). \omega = C_m(\alpha_f.I_f \pm \alpha_a.I_a). \omega$$

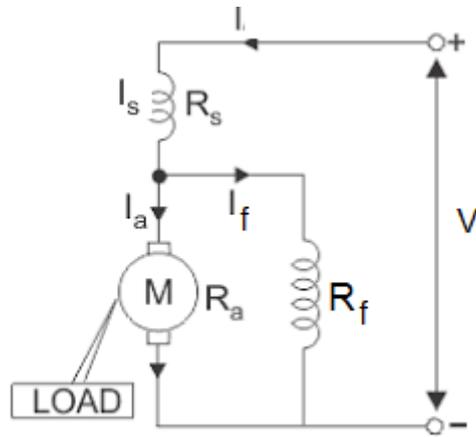
$$E_a = C_e.(\alpha_f.I_f \pm \alpha_a.I_a). n$$

$$E_a + R_a.I_a + R_s.I_a = R_f.I_f$$

$$T_a = C_m.(\alpha_f.I_f \pm \alpha_a.I_a). I_a \quad (٦٩ - ٣)$$

■ المحرك المختلط ذو التفرعة القصيرة : مصمم ليتحمل كامل تيار الآلة ودارته المكافئة موضحة

بالشكل (١٥-٣) :



الشكل(١٥-٣): محرك تيار مستمر مختلط ذو تفرعة قصيرة

المعادلات التي تميز هذه المحركات هي :

$$I = I_s = I_f + I_a$$

$$V = E_a + R_a.I_a + I_s.R_s = R_f.I_f + I_s.R_s$$

$$E_a = C_m(\phi_f \pm \phi_s). \omega = C_m(\alpha_f.I_f \pm \alpha_a.I_a). \omega$$

$$E_a = C_e.(\alpha_f.I_f \pm \alpha_a.I_a). n$$

$$E_a + R_a.I_a = R_f.I_f \quad (٧٠ - ٣)$$

المميزات الكهروميكانيكية والميكانيكية لهذه المحركات المختلطة تأخذ موضعاً متوسطاً بين مميزات المحرك المستمر التفرعية والتسلسلية. فيض الملف التفرعي يعتبر ثابتاً ومستقلاً عن الحمولة، بينما الفيض

التسلسلي يتعلق مباشرة بالحمولة ويتغير معها. يتم تحديد صفات المحرك المختلط حسب اتجاه الفيضين بحيث يكون المحرك جمعي إذا كان الفيضان بنفس الاتجاه وطرحي في حال كان الفيضان باتجاهين متعاكسين. يمكننا وبالاتماد على المعادلات الرياضية السابقة استنتاج المعادلة العامة للمميزات الكهروميكانيكية للمحرك المستمر المختلط كالاتي :

$$n = \frac{V}{C_e \cdot (\phi_f \pm \phi_s)} - \frac{(R_a + R_s + R_r)}{C_e \cdot (\phi_f \pm \phi_s)} \cdot I_a \quad (٧١ - ٣)$$

أو :

$$n = \frac{V}{C_e \cdot (\phi_f \pm \alpha_a \cdot I_a)} - \frac{(R_a + R_s + R_r)}{C_e \cdot (\phi_f \pm \alpha_a \cdot I_a)} \cdot I_a \quad (٧٢ - ٣)$$

من العلاقة (٧٢ - ٣) نلاحظ أن الفيض المغناطيسي الكلي يتبع للحمل وكذلك للسرعة، وهذا ما يجعل التعبير عن مميزات هذا المحرك أمر معقد نسبياً، لذلك يتم ادراجها في النشرات الفنية الخاصة بكل محرك مختلط.

٣-٢-٤-١- محركات التيار المستمر المختلطة الجمعية :

لهذا المحرك عزم اقلع أعلى من المحرك التفرعي وأقل من المحرك التسلسلي. في حالة الأحمال الصغيرة يكون الفيض التفرعي هو المسيطر بينما يكون للفيض التسلسلي تأثيراً صغيراً جداً، وهذا ما يجعل أداء هذه المحركات أشبه بأداء المحركات المستمرة التفرعية، أي أن سرعة دورانها على فراغ يكون ذو قيمة محددة وتعطى بالعلاقة الآتية :

$$n_0 = \frac{V}{C_e \cdot \phi_f} \quad (٧٣ - ٣)$$

أما في حالة الأحمال الكبيرة فيصبح الفيض التسلسلي مهماً جداً وذا تأثير أكبر من الفيض التفرعي، في هذه الحالة ستقرب مميزات عمل المحرك المختلط من تلك للمحرك المستمر التسلسلي.

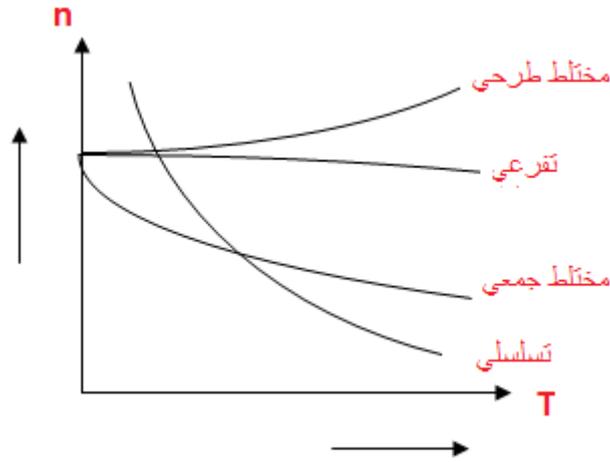
٣-٢-٤-٢- محركات التيار المستمر المختلطة الطرحية :

في هذا النوع من المحركات المستمرة المختلطة يتم طرح الفيض التسلسلي من الفيض التفرعي، فزيادة تحميل المحرك يسبب زيادة استحرار تيار المتحرض مما يؤدي إلى زيادة فيض المحرك التسلسلي، وهذا يؤدي إلى زيادة سرعته. سرعة المحرك المختلط الطرحي تعطى بالعلاقة الآتية :

$$n = \frac{V}{C_e \cdot (\phi_f - \phi_s)} - \frac{(R_a + R_s + R_r)}{C_e \cdot (\phi_f - \phi_s)} \cdot I_a \quad (٧٤ - ٣)$$

تزداد سرعة هذا المحرك إذاً بزيادة حملته، وزيادة السرعة تسبب من جديد ازدياداً آخر في الحملولة وبالتالي بتيار المتحرض، وهذا يؤدي إلى نقصان آخر بالفيض المغناطيسي الكلي للمحرك و بالتالي زيادة جديدة في السرعة. يمكن القول بأن هذا النوع من المحركات غير مستقر مع تأرجحات الحملولة وتغيراتها، لذلك لا يتم استخدامه عادة في الحياة العملية ويبقى استخدامه محصوراً ضمن المخابر العلمية.

يبين الشكل (١٦-٣) الميزة الميكانيكية للمحرك المستمر التسلسلي، التفرعي والمختلط بنوعيه الجمعي و الطرحي.



الشكل (١٦-٣): المميزات الميكانيكية للمحركات المستمرة الثلاثة