اختبارات الفرضية -١- اختبار t
مقارنة متوسط وحيد أو متوسطين
HYPOTHESIS TESTS 1 – THE T TEST
COMPARING ONE OR TWO MEANS

متطلبات اختبارات الفرضية لمقارنة المتوسطات

Requirements for Hypothesis for Comparing Means

١ – طبيعة البيانات The . Nature of the Data

الوسط الحسابي هو أحد مقاييس الميول المركزية لمتغيرات كمية كما ذكرنا سابقاً . لنفترض هنا أننا نريد دراسة قياس تأثير الإجهاد على الإنسان أثناء السفر وحيث إن الكورتيزون يحرر من غدة الادرينالين استجابةً لحالات الإجهاد الشديدة وفي هذه الحالة نرغب بتحديد ما إذا كان قياس الوسط الحسابي لقيمة الكورتيزون في بلاسما الدم في أثناء السفر الطويل عند الإنسان يختلف عن تلك الأفراد الذين هم في حالة راحة ، ولقياس هذه الفروقات باستعمال الطرق التي سنتطرق إليها في هذا الفصل يجب أن نأخذ بعين الاعتبار طبيعة البيانات

أ– هناك متغير وحيد مراد دراسته (على سبيل المثال في حالتنا هذه هو عبارة عن كورتيزول البلاسما) .

ب– يجب أن تكون البيانات المقيسة ذات طبيعة قياس كمي (رقمي) على سبيل المثال قياسات الكورتيزون تقاس بوحدة ng / ml .

ج– الجانب الهام افتراض في مثل هذه الدراسة هو أن يكون المتغير المراد التقصي عنه ذا توزيع طبيعي إلا أن هذا يكون غير منطقي في المقاييس الحيوية كما هو الحال في كورتيزون البلاسما . لكن عندما تلاحظ أن حجم العينة المدروسة كبير فيقرب معدل العينة تقديرياً أنه موزع توزيعاً طبيعياً.

٢- تطبيقات حجم العينة The Implication of Sample Size

إذا كان حجم العينة يشير إلى إجمالي أعداد المشاهدات فإن التقصي عندئذ يرتكز على:

١- توزيع المتغير يكون صعباً لتقييم عينات صغيرة جداً لمقارنات تشمل على سبيل المثال 5 أو 6 مشاهدات . وأيضاً فإن العينة الصغيرة الحجم لا تمثل المجتمع المدروس .

٢- وإذا كان حجم العينة صغيراً (لنقل عدد المشاهدات أقل من ٣٠) فإن الاختبار الإحصائي يتبع توزيع t) Students t Distribution ويعتمد فيه على توزيع طبيعي تقريبي (الفروقات تكون متساوية لمقارنة عينتين) .

٣- إذا كان حجم العينة كبيراً فإن توزيع الاختبار الإحصائي مقرب طبيعي لعينة ذات مشاهدات أكثر من (٣٠) إذا كانت البيانات موزعة طبيعياً . وبالمقابل يمكن للعينة الكبيرة يمكن أن تزيد عن ٤٠٠ مشاهدة إذا كانت البيانات غير موزعة طبيعياً . إلا أن وجود الانحراف عن الطبيعي سوف يؤثر على تعريف مصطلح /عينة كبيرة/ .

وهكذا من الصعوبة بمكان أن نوضح الفروقات بين العينات الكبيرة والصغيرة ضمن إطار مفهوم اختبار t . وربما نجد العديد من النصوص الإحصائية التي تميز بين مصطلحات العينة الكبيرة والصغيرة بربطها إلى الاختبار الإحصائي كما هو الحال في توزيع t (بالنسبة للعينات الصغيرة ، الفروقات متساوية عند مقارنة عينتين) أو إلى توزيع طبيعي (بالنسبة للعينات الكبيرة ، فروقات متساوية أو غير متساوية) .

٣- تصميم الدراسة Study Design

إن النقطة الأكثر أهمية في تصميم الدراسة هي عملية جمع البيانات يستخدم الاختبار لمقارنة متوسطات لمجموعات فردية أو مجموعتين من المشاهدات هذه المجاميع المقارنة إما أن تكون مستقلة عن بعضها أو تكون على شكل مشاهدات شفعية إلا أننا نرغب أحياناً بأن تقارن

المشاهدات لأكثر من مجموعتين ، فإن الخيار عندئذ لتحليل مثل هذه البيانات هو تحليل التباين Analysis of Variance .

اختبارات t لعينة واحدة One Sample t - Tests :

أحياناً قد نهتم بدراسة معدل المشاهدات لمجموعة مفردة تأخذ قيمة معينة . فعلى سبيل المثال مجموعة من حديثي الولادة في إحدى المشافي وفي إحدى المشافي أظهرت انخفاضاً في معدل النمو اليومي اليومي مقارنة بمعدل النمو الطبيعي لهذه المواليد . وما نريد إنجازه هنا أن نختبر ما إذا كان معدل النمو لهؤلاء المواليد في المشافي الحكومية يدعم الفرضية أن تؤيد أن نمو هؤلاء المواليد في هذه المشافي نموا طبيعيا.

– الافتراضات Assumptions

يفترض اختبار t ستودنت لعينة واحدة أن بيانات العينة هي مجموعة مختارة عشوائياً من قيم لأوزان مواليد ذات توزيع طبيعي .

وأحياناً قد تكون البيانات موزعة توزيعاً غير طبيعي أو منحرفة قليلاً عن التوزيعات الطبيعية بالنسبة للناظر . فعندئذ نقربها إلى الشكل الطبيعي بإجراء ما يسمى بالتحويل المناسب appropriate transformation .

نموذجياً يكون التحويل اللغاريتمي هو الإجراء الأمثل لهذه الحالة إحصائياً . أو إننا يمكننا أن نلجأ إلى إحدى الاختبارات اللا معلمية المناسبة .

appropriate non – parametric test . كاختبار الإشارة Sign test أو اختبار كالموغاروف . سمير نوف Kalmogorav – Smir nov أو اختبار الأدوار Runs test .

الطريقة The Approach

سنعرض هذه الطريقة عرضاً عاماً بدون الدخول في تفاصيل معقدة وسنوضح ذلك بمثال المواليد في المقطع السابع .

١- نحدد نظرية أو فرضية العدم null hypothesis فإن متوسط المواليد المدروسة للمتغير المراد دراسته (متوسط النمو) مساوٍ لقيمة محددة M0 . بينما الفرضية أو الطريقة البديلة . alternative hypothesis فإن المعدل هو غير مساوٍ لقيمة محددة وهذا يقودنا إلى اختبار الفرضية البديلة ذات الذيلين مثل حالة الوسط الحسابي $H_1 : M \neq M_0$

كأن نقصد هنا بالفرضية البديلة أن معدل النمو عند حديثي الولادة زائد أو ناقص عن الطبيعي من القيم الطبيعية المتوقعة .

٢- نجمع البيانات ونعرضها على شكل خط نقطي plot line ، أوعلى شكل مستطيلات بسيطة Simple Histogram أو أي نمط من أنماط التوزيعات الشكلية البسطية مثل بوكس وويسكر Box and Whisker bar وغيرها ... وبالاستعانة بالشكل الملاحظ نفحص افتراض أن البيانات موزعة توزيعاً تقريبياً طبيعياً .

٣- احسب الاختبار الإحصائي statistic test كالفرق بين متوسط العينة $(\overline{X})$ – والقيمة المحددة لمتوسط المجتمع $(\overline{X})$ أو مواليد في منطقة معينة في مثالنا الحالي وضمن شروط فرضية العدم $H_0 , M = M_0$ ، مقسوماً على متوسط الخطأ المعياري .

وكما هو معروف لدينا سابقاً متوسط الخطأ المعياري Standard error of the mean ,

يحسب كما يلي : $SEM = \dfrac{S}{\sqrt{n}}$.

بإعتبار أن :

S : هي الانحراف المعياري المحسوب .

n : حجم العينة / عدد المشاهدات / .

وبهذه الحالة فإن اختبار العينة واحدة .

$$Test_1 = \frac{|\overline{X} - Mo|}{S / \sqrt{n}} .$$

مع الأخذ بعين الاعتبار أن درجة الحرية هي n – 1 .

٤- نحصل على قيمة (P) بحساب قيمة الاختبار الإحصائي والنظر إلى توزيع قيم t حسب المحصول عليها في الاختبار كما هو مدرج في الملحق (A3).

٥- بحسب قيمة P يمكن أن نحكم ما إذا كانت البيانات متوافقة مع نظرية العدم . وعندئذ نقرر قبول أو رفض فرضية العدم وعادة نرفض نظرية العدم إذا كانت قيمة $P < 0.05$.

٦- لا بد أن هناك حد حساب حد الثقة Confidence Interval الخاص بالمتوسط يسمح لنا بالحكم على أهمية النتائج المدروسة لاسيما درجة الثقة ٩٥ % والتي تحسب كما يأتي :

$\overline{X} - t_{0.05}\dfrac{S}{\sqrt{n}}$	إلى	حيث :	t	القيمة المحسوبة
$\overline{X} - t_{0.05}\dfrac{S}{\sqrt{n}}$	المجال		٠.٠٥	

بإعتبار :

قيمة t المحسوبة $t_{0.05}$ بالجدول .

بإعتبار أن $t_{0.05}$ هي قيمة حرجة Critical value يحصل عليها من جدول توزيع t ستودنت (الملحق A3) مع درجة حرية $n - 1$ وهي تعطي إجمالي المنطقة الذيلية للتوزيع باحتمالية ٠.٠٥ .

مثال :

يظهر الجدول التالي متوسط الوزن اليومي في الأسبوع الرابع لعينة عشوائية لـ ٣٦ مولود في إحدى المناطق يتوقع متوسط نمو وزني ٨.١ كغ في الأسبوع الرابع من العمر اعتماداً على المؤشرات العلمية عند هذه المواليد . هل هذه متوافقة مع متوسط الوزن المتراوحة في الوزن ٨.١ كغ خلال أربعة أسابيع بعد الولادة .

متوسط الوزن في الأسبوع الرابع من العمر للمواليد (الأوزان بالكيلوغرام)

٨	٧.٥	٦.٢	٤.٥	٥	٥.٨
٧	٤.٤	٨.٨	٦	٦.٢	٧
٩	٧.٩	٨	٦.٤	٧.٣	٨

VARIABLE	MEAN	SD	VARIANCE	SE MEAN
BIRTHW	6.8333	1.3716	1.8812	0.3233

١- بالنسبة لفرضية العدم ، هل هناك فرق جوهري مع المتوسط المتوقع M_O حيث المتوسط الحقيقي للوز هو 8.1 كغ خلال أربعة أسابيع . هل الفرضية البديلة يمكن أن تستخدم هنا ؟

٢- برسم مخطط باستخدام المستطيلات البسطية أو بوكس وويسكر نجد أن مثل هذه البيانات موزعة طبيعياً تقريباً .

٣- إن الوسط الحسابي للعينة هو ٦.٨٣ مع تقدير للانحراف المعياري بالقيمة ١.٣٧ كغ خلال أربعة أسابيع . إن اختبار t الإحصائي هو كما يأتي :

$$Test_1 = \frac{|\ \mathrm{X}^{-}M\ |}{S/\sqrt{n}} = \frac{|\ 6.83-8.1\ |}{1.37/\sqrt{18}} = \frac{|\ 6.83-8.1\ |}{0.322} = 3.944$$

مع درجة تقدر بـ n = 36 .

درجة حرية n – 1 = degree of freedom .

=١٨-١=١٧

٤- كما نلاحظ في الجدول A3 أن قيمة $0.01 < P < 0.02$ وإذا حسبنا هذه القيمة بالحاسوب فسوف نحصل على قيمة p = 0.017 ولذلك لدينا فرصة أقل من ٢ % للحصول على متوسط الوزن أقل من ٦.٨٣ إذا كانت فرضية العدم حقيقية .

٥- ولذلك من غير المحتمل أن تكون فرضية العدم حقيقية . فإننا نرفض فرضية العدم Ho ونستنتج أن قيم البيانات هي غير متوافقة inconsistent مع متوسط الوزن خلال أربعة أسابيع ٨.١ .

٦- إن حد الثقة (CI : 95 %) لمعدل حقيقي للوزن هو :

$$\overline{X} \mp t_{0.05}\frac{S}{\sqrt{n}}$$

أو $X \pm SEM$

قيمة $\overline{X} \mp t$

عندها $P = 0.05$.

وبإعتبار $\overline{X}$ (الوسط الحسابي) ٦.٨٣. وسنعتبر قيمة ت المحسوبة حسب قيمة الاختبار في مثالنا

ولن نعتبرها القيمة المحسوبة المجدولة في الجداول الإحصائية:

6.83+ 3.94 (0.322)

6.83- 3.94 (0.322)

CI:95%= 8.09-5.56