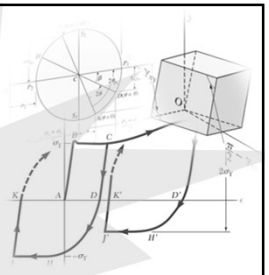
Hama University
Faculty of Civil Engineering
Department of Structural Engineering
Strength of Materials 1

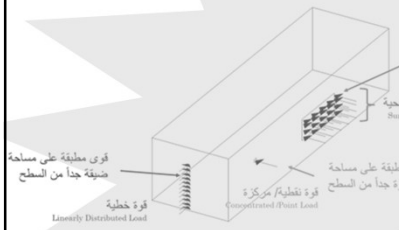


Lecture 1
Introduction
مقدمة

By: Dr. Mhmoud SAUOD
Head of Structural Engineering Department

Introduction مقدمة

- يهتم المهندسون خلال مراحل التحليل و التصميم بتحديد الأبعاد اللازمة للعناصر الإنشائية لمقاومة القوى المطبقة عليها بالإضافة لحساب التشوهات الحاصلة في هذه العناصر.
- من الضروري معرفة خواص المواد المستخدمة في التصميم الإنشائي لأن التشوهات الحاصلة في العناصر تتعلق بخواص المواد المشكلة لها.
- يتم تعريف الجسم الصلد Rigid Body عندما يحافظ الجسم على شكله تحت تأثير الحمولات الخارجية المطبقة.
- يتم تعريف الجسم القابل للتشوه Deformable Body عندما يغير شكله تحت تأثير الحمولات الخارجية المطبقة.
- يتم تصنيف القوى المطبقة على الأجسام:
  - قوة على كامل الجسم Body Force.
  - قوة سطحية Surface Force.
  - قوة نقطية Point Force.



- بشكل مبسط تُصنف القوى على العناصر الإنشائية إلى قوى محورية Axial Forces وقوى قص Shear Forces وعزوم انعطاف Bending Moments.
- يُعرف الإجهاد بأنه القوة في واحدة المساحة Load per unit of area
- ينتج التشوه Strain في الجسم بسبب القوى الخارجية المطبقة عليه. وليس له واحدة، ويُحسب كنسبة من البعد الأولي.

Properties of Solid Materials خصائص المواد

Elasticity المرونة

حيث تعود المادة إلى وضعها الأولي بعد إزالة الإجهادات الخارجية. في حال زوال كامل التشوهات وعودة المادة لوضعها الإولي تماماً تدعى المادة بـ Perfectly Elastic. القيمة القصوى للإجهادات التي عندها تبقى المادة مرنة تدعى بحد المرونة Elastic Limit.

Plasticity تشكل التشوهات المتبقية

حيث تحافظ المادة على وضع متشوه بعد إزالة الإجهادات الخارجية.

Ductility اللدونة

حيث تستمر المادة بالتشوه عند قيم شبه ثابتة للإجهادات الخارجية. قبل الانهيار.

Brittleness الهشاشة

حيث تنهار المادة فجأة تحت تأثير الإجهادات الخارجية. لا يوجد مطاوعة بالمادة.

Strength المقاومة

الإجهادات الأعظمية التي تتحملها المادة قبل الانهيار.

Stiffness الصلابة

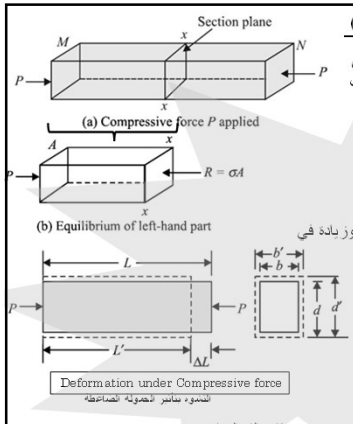
قدرة المادة على تحمل إجهادات عالية بقيم صغيرة للتشوه.

Compressive Stress and Strain إجهاد وتشوه الضغط

- من أجل عنصر موشوري كما في الشكل المجاور معرض لقوة محورية ضاغطة، فإن الإجهاد في أي مقطع من هذا العنصر هو إجهاد ضغط بسبب الحمولة المطبقة وتُحسب قيمته كمايلي:

$$\sigma = \frac{P}{A} = \frac{R}{A}$$

حرف يوناني يُلفظ Sigma



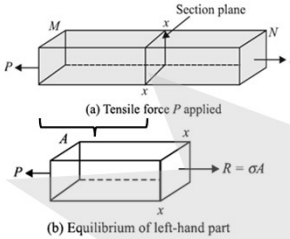
- الإجهادات موزعة بانتظام على سطح المقطع وتسبب قصر في طول العنصر.
- الإجهادات الضاغطة هي إجهادات محورية وتسبب تشوهات محورية ضاغطة.
- تحت تأثير الإجهادات الضاغطة المحورية يحصل قصر في طول العنصر بمقدار ΔL وزيادة في أبعاد المقطع العرضي للعنصر من b,d إلى b',d'.

$$\text{تشوه الضغط المحوري } Compressive\ Strain\ \epsilon_c = \frac{\text{مقدار القصر في الطول } Decrease\ in\ Length}{\text{الطول الأولي } Original\ Length} = \frac{\Delta L}{L}$$

- وبالتالي فإن المقطع العرضي يتعرض لإجهادات شادة مسببة لزيادة أبعاده. وتشوهات الشد الجانبية تُحسب كمايلي:

$$\text{تشوه الشد العرضي } Lateral\ Tensile\ Strain\ \epsilon_{t,l} = \frac{\text{مقدار الزيادة في البعد العرضي } Increase\ in\ Lateral\ Length}{\text{البعد الأولي } Original\ Length} = \frac{d'-d}{d} = \frac{\Delta d}{d}\ or\ \frac{b'-b}{b} = \frac{\Delta b}{b}$$

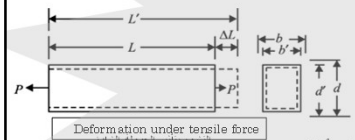
Tensile Stress and Strain إجهاد وتشوه الشد



- من أجل عنصر موشوري كما في الشكل المجاور معرض لقوة محورية شادة، فإن الإجهاد في أي مقطع من هذا العنصر هو إجهاد شد بسبب الحمولة المطبقة ونُحسب قيمته كمايلي:

$$\sigma = \frac{P}{A} = \frac{R}{A}$$

- الإجهادات موزعة بانتظام على سطح المقطع وتسبب استطالة في العنصر .
- الإجهادات الشادة هي إجهادات محورية وتسبب تشوهات شد محورية.
- تحت تأثير الإجهادات الشادة المحورية يحصل زيادة في طول العنصر بمقدار ΔL وتصبق في المقطع العرضي للعنصر من b,d إلى b',d' .



مقدار الزيادة في الطول / تشوه الشد المحوري / الطول الأولي

$$Tensile\ Strain\ \epsilon_t = \frac{Increase\ in\ Length}{Original\ Length} = \frac{\Delta L}{L}$$

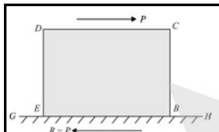
- وبالتالي فإن المقطع العرضي يتعرض لإجهادات ضغط مسببة تصبق في أبعاده. وتشوهات الضغط الجانبية تُحسب كمايلي:

حرف يوناني يُلفظ Epsilon

مقدار النقص في البعد العرضي / تشوه الضغط العرضي / البعد الأولي

$$Lateral\ Compressive\ Strain\ \epsilon_{c_L} = \frac{Decrease\ in\ Lateral\ Length}{Original\ Length} = \frac{d'-d}{d} = \frac{\Delta d}{d}\ or\ \frac{b'-b}{b} = \frac{\Delta b}{b}$$

Shear Stress and Strain إجهاد وتشوه القص

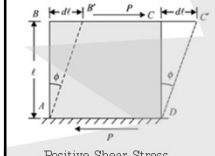


- تحت تأثير القوة القاصة المطبقة، يحصل تشوه في العنصر ليصبح AB'C'D كما في الشكل.
- يُحسب إجهاد القص وفق العلاقة التالية:

حرف يوناني يُلفظ Tau

$$\tau = \frac{P}{A} = \frac{R}{A}$$

- يُحسب تشوه القص وفق العلاقة التالية:

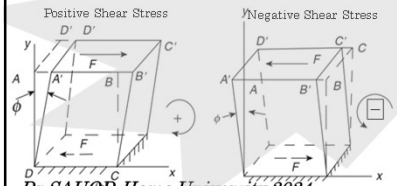


مقدار الانزياح الجانبي / تشوه القص / طول العنصر

$$Shear\ Strain = \frac{Transverse\ Displacement}{Length\ of\ Element} = \frac{dl}{L} = tan\phi$$

- باعتبار الزاوية ϕ صغيرة لذلك يُعتبر مايلي:

$$Shear\ Strain = \frac{dl}{L} = tan\phi \approx \phi$$



واحدات الإجهاد Stress Units

$$1\ kPa = 10^3\ Pa = 10^3\ N/m^2$$

$$1\ MPa = 10^6\ Pa = 10^6\ N/m^2$$

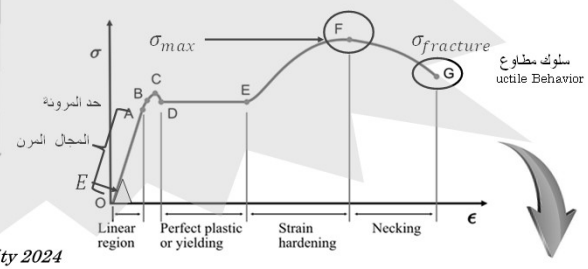
$$1\ GPa = 10^9\ Pa = 10^9\ N/m^2$$

Stress-Strain Relationship علاقة الإجهاد - التشوه

مثال عملي

- سيتم فيما يلي شرح المخطط الممثل للعلاقة بين الإجهاد و التشوه لعينة فولاذ التسليح:

1) يتم تثبيت حساس Strain Gauge في منتصف العينة، لقياس مقدار التشوه الحاصل خلال التجربة.
2) يتم تثبيت العينة في جهاز الشد المخبري، كما في الشكل المجاور (أحد أنواع الأجهزة).
3) يتم تطبيق قوة شد متزايدة تدريجياً على العينة، بتثبيت النهاية السفلية وتطبيق قوة الشد على النهاية العلوية.
4) يتم تسجيل القيم لكل من قوة الشد المطبقة و التشوه المُقاس بواسطة الحساس.
5) تستمر تجربة الشد حتى انقطاع العينة المترافق مع صوت قوي.
6) يتم رسم المنحنى الناتج من قيم الإجهادات الشادة و قراءات الحساس، فنحصل على المنحنى التالي:



سلوك مطاوع
uctile Behavior

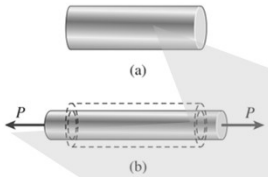
- المجال OA تكون العلاقة بين الإجهاد و التشوه خطية $\sigma = E \times \varepsilon$ ، وتزول التشوهات عند إزالة الحمولة (المجال المرن Elastic Range).
- المجال AB تكون العلاقة بين الإجهاد و التشوه غير خطية، وتزول التشوهات عند إزالة الحمولة (المجال المرن Elastic Range). حيث تمثل النقطة B نهاية المجال المرن.
- النقطتين C,D بداية التلدن في العينة Yield Limit. يتعلق وجود هاتين النقطتين بنوع الفولاذ تبعاً لنسبة الكربون في العينة.
- المجال DE، يحصل ازدياد في التطاول/ التشوه بدون أية زيادة ملحوظة في الحمولة المطبقة.(المجال اللدن Plastic Range).
- المجال EF يسبب إعادة التوزع الجزيئي للفولاذ في موضع التشوه.
- المجال FG يمثل مرحلة الانهيار / الانقطاع في العينة.
- النقطة F تمثل أكبر قوة/إجهاد شد يمكن للعينة تحملها.

$$\varepsilon = \frac{\Delta L}{L} \qquad \sigma = \frac{P}{A}$$

Necking
حصول تضيق في مقطع العينة ثم الانقطاع

مُعامل التشوه العرضي (مُعامل بواسون) Poisson's Ratio

- من أجل عنصر معدني موشوري المقطع معرض لحمولة شادة محورية، فإن العنصر سيتعرض للتطاول والذي يترافق مع تقصان في المقطع. هذا التقصان يُدعى بالتشوه العرضي للعنصر.
- التشوه العرضي يكون باتجاه معامد للتشوه المحوري وذلك في المرحلة المرنة الخطية.
- النسبة بين التشوه العرضي و التشوه المحوري يُدعى معامل بواسون:



$$\nu = -\frac{\varepsilon'}{\varepsilon} = -\frac{Lateral\ strain}{Axial\ Strain}$$

الإشارة السالبة للدلالة على أن التشوهين المحوري و العرضي متعاكسين بالإشارة.

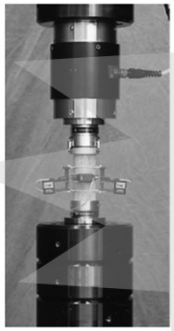
- من أجل عنصر مشدود، فإن التشوه المحوري موجب(استطالة) و التشوه العرضي سالب(تقصان في المقطع العرضي).
- من أجل عنصر مضغوط، فإن التشوه المحوري سالب(قصر) و التشوه العرضي سالب(زيادة في المقطع العرضي).
- بمعرفة قيمة معامل بواسون لمادة العنصر، يمكن تحديد التشوه العرضي للعنصر:

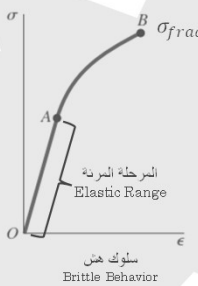
$$\varepsilon' = -\nu.\varepsilon$$

يتم تطبيق العلاقة السابقة في حالة الإجهادات المحورية من جهة واحدة فقط Uniaxial Stress.
عادةً، نُؤخذ قيمة معامل بواسون بالشد نفسها بالضغط للمادة نفسها.

Dr.SAUOD-Hama University 2024

- يمكن تكرار نفس الخطوات السابقة لكن في حالة الضغط لعينة أسطوانية من البيتون العادي(غير المسلح)، وذلك لتحديد مقاومة البيتون على الضغط، كما في الشكل المجاور:
- بتجربة الضغط يمكن تحديد: مقاومة العينة على الضغط معامل المرونة، معامل التشوه العرضي .





?!

يُعتبر سلوك الفولاذ سلوك مطاوع، وسلوك البيتون سلوك هش

لايوجد سلوك مطاوع للبيتون

يمكن أن تزداد التشوهات المحورية في مرحلة معينة دون أية زيادة ملحوظة في الحمولة الشادة المطبقة.

Dr.SAUOD-Hama University 2024

EXAMPLE

يُطلب حساب القوى في العناصر الإنشائية التالية تحت تأثير الحمولات الخارجية المطبقة؟

ANSWER

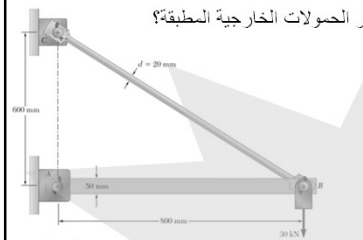
نطبق معادلات التوازن في المستوي:

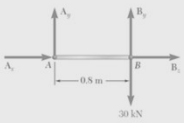
$$\sum M_C = 0 \quad H_A \times 0.6 - 30 \times 0.8 = 0 \rightarrow H_A = 40\ kN$$

$$\sum F_X = 0 \quad H_A - H_C = 0 \rightarrow H_C = 40\ kN$$

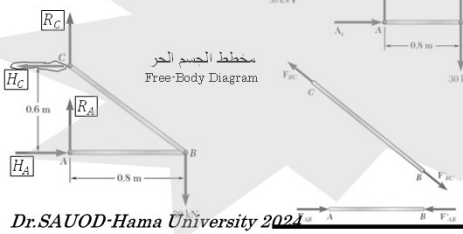
$$\sum F_Y = 0 \quad R_A + R_C = 30 \ldots\ldots\ldots (1)$$

$$\sum M_B = 0 \quad R_A \times 0.8 = 0 \rightarrow R_A = 0\ kN$$





مخطط الجسم الحر
Free-Body Diagram



$$F_{BC} \times \frac{3}{5} = 30\ kN \rightarrow F_{BC} = 50\ kN$$

$$F_{BC} \times \frac{4}{5} = F_{AB} \rightarrow F_{AB} = 40\ kN$$

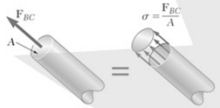
Dr.SAUOD-Hama University 2024

- أنواع الإجهادات Types of Stresses
  - الإجهادات المباشرة Direct Stresses
    - الإجهاد المحوري Normal Stress
      - إجهاد شد Tensile Stress
      - إجهاد ضغط Compressive Stress
    - إجهاد القص Shear Stress
  - الإجهادات الغير مباشرة Indirect Stresses
    - إجهاد الإنعطاف Bending Stress
    - إجهاد الفتل Torsion Stress
  - الإجهادات المركبة Combined Stresses ← إجهاد الإنعطاف Bending Stress + إجهاد الفتل Torsion Stress

Dr.SAUOD-Hama University 2024

الإجهادات في العناصر الإنشائية Stresses in Structural Elements

- بعد حساب القوى في نقاط الإسناد و العناصر الإنشائية في المثال السابق، نحن بحاجة للتحقق من مقدرية هذه العناصر على مقاومة القوى الداخلية المتشكلة فيها تحت تأثير الحمولات الخارجية.
- القوة المحورية في العنصر BC ليست مركزة في نقطة معينة، وإنما موزعة على كامل مقطع العنصر كما في الشكل.
- قدرة العنصر BC على مقاومة القوى المحورية المتشكلة فيه، تتعلق بنوع مادة العنصر ومساحة مقطع العنصر.
- الإشارة الموجبة تُشير إلى إجهادات شادة، والإشارة السالبة تُشير إلى إجهادات ضاغطة.
- بالعودة إلى المثال السابق:



$$P = F_{BC} = +50\,\text{kN} = +50 \times 10^3\,\text{N}$$

$$A = \pi r^2 = \pi\left(\frac{20\,\text{mm}}{2}\right)^2 = \pi(10 \times 10^{-3}\,\text{m})^2 = 314 \times 10^{-6}\,\text{m}^2$$

$$\sigma = \frac{P}{A} = \frac{+50 \times 10^3\,\text{N}}{314 \times 10^{-6}\,\text{m}^2} = +159 \times 10^6\,\text{Pa} = +159\,\text{MPa}$$

إذا كانت قيمة الإجهادات المسموحة لمادة العنصر $\sigma_{all} = 100\,MPa$ يُطلب حساب القطر المناسب للعنصر BC؟

$$\sigma_{all} = \frac{P}{A} \qquad A = \frac{P}{\sigma_{all}} = \frac{50 \times 10^3\,\text{N}}{100 \times 10^6\,\text{Pa}} = 500 \times 10^{-6}\,\text{m}^2$$

and, since $A = \pi r^2$,

$$r = \sqrt{\frac{A}{\pi}} = \sqrt{\frac{500 \times 10^{-6}\,\text{m}^2}{\pi}} = 12.62 \times 10^{-3}\,\text{m} = 12.62\,\text{mm}$$

$$d = 2r = 25.2\,\text{mm}$$

Dr.SAUOD-Hama University 2024

الإجهادات في مستو مائل Stresses in Incline Plane

- تم سابقاً حساب الاجهاد في مقطع العنصر المعامد لمحور العنصر الطولي.
- يتم حساب الاجهاد على مستوى مائل عن الوضعية المعامدة للمحور الطولي كما يلي:

$$\sigma = \frac{F}{A_\theta} \qquad \tau = \frac{V}{A_\theta} \qquad V = P.sin\theta \qquad F = P.cos\theta$$

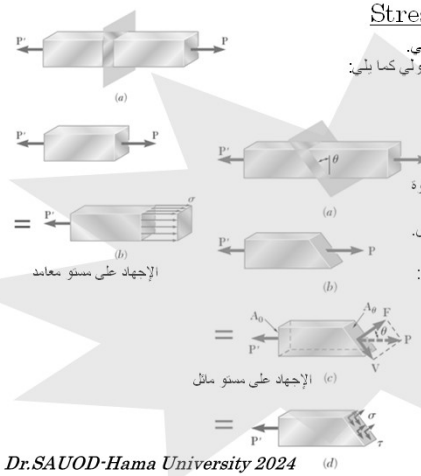
مساحة المقطع المائل

- القوة P منطبقة على المحور الطولي للعنصر، تدعى قوة محورية أو قوة ناظمية على المقطع العرضي للعنصر.
- القوة F معامدة للمقطع المدروس، تدعى ناظمية على المقطع المدروس.
- القوة V موازية للمقطع المدروس، تدعى قص.
- الإجهادات الناتجة عن مركبات القوة P على المستوي المائل المدروس:

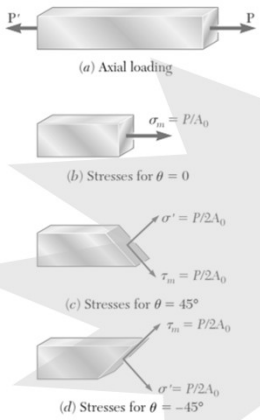
$$\sigma = \frac{P.cos\theta}{A_o/cos\theta} \qquad \tau = \frac{P.sin\theta}{A_o/cos\theta}$$

الإجهاد الناظمي — إجهاد القص

$$\sigma = \frac{P}{A_o}\cos^2\theta \qquad \tau = \frac{V}{A_o}cos\theta\,sin\theta$$



Dr.SAUOD-Hama University 2024



- نلاحظ أن القيمة الأعظمية للإجهاد الناظمي عندما: $\theta = 0$

$$\sigma_{max} = \frac{P}{A_o}$$

- إجهاد القص الموافق لـ القيمة الأعظمية للإجهاد الناظمي:

$$\tau = \frac{V}{A_o}\cos(0)\sin(0) = 0$$

- نلاحظ أن القيمة الأعظمية لإجهاد القص عندما: $\theta = 45$

$$\tau_{max} = \frac{P}{A_o}\sin 45.cos45 = \frac{P}{2A_o}$$

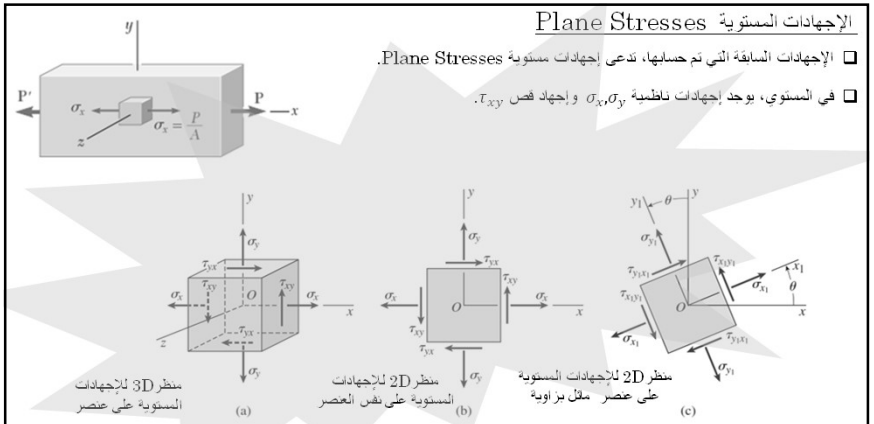
- الإجهاد الناظمي الموافق لـ القيمة الأعظمية لإجهاد القص:

$$\sigma = \frac{P}{A_o}\cos^2 45 = \frac{P}{2A_o}$$

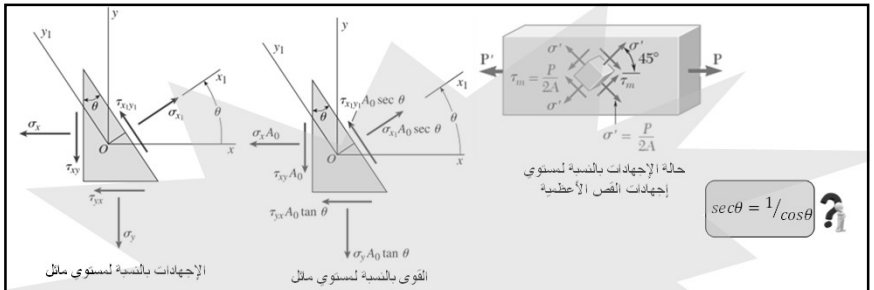
Dr.SAUOD-Hama University 2024

الإجهادات المستوية Plane Stresses

- الإجهادات السابقة التي تم حسابها، تدعى إجهادات مستوية Plane Stresses.
- في المستوي، يوجد إجهادات ناظمية σ_x, σ_y وإجهاد قص τ_{xy}.



Dr.SAUOD-Hama University 2024



$\sec\theta = 1/\cos\theta$

❑ نطبق معادلات التوازن وفق المحاور x_1, y_1.

$$\sum F_{x1} = 0 \qquad \sigma_{x1}.A_0.\sec\theta - \sigma_x.A_0.\cos\theta - \tau_{xy}.A_0.\sin\theta - \sigma_y.A_0.\tan\theta.\sin\theta - \tau_{yx}.A_0.\tan\theta.\cos\theta = 0$$

$$\sum F_{y1} = 0 \qquad \tau_{x1y1}.A_0.\sec\theta + \sigma_x.A_0.\sin\theta - \tau_{xy}.A_0.\cos\theta - \sigma_y.A_0.\tan\theta.\cos\theta + \tau_{yx}.A_0.\tan\theta.\sin\theta = 0$$

ولدينا: $\tau_{xy} = \tau_{yx}$

$$\sigma_{x_1} = \sigma_x \cos^2\theta + \sigma_y \sin^2\theta + 2\tau_{xy} \sin\theta \cos\theta$$

$$\tau_{x_1y_1} = -(\sigma_x - \sigma_y) \sin\theta \cos\theta + \tau_{xy} (\cos^2\theta - \sin^2\theta)$$

العلاقتين أعلاه، تعطيان قيم الإجهادات الناظمية وإجهادات القص على مستوي يميل بزاوية θ عن المستوي المعامد للمحور الطولي للعنصر بدلالة الإجهادات على هذا المستوي.

من أجل: $\theta = 0$

$\sigma_{x1} = \sigma_x$

$\tau_{x1y1} = \tau_{xy}$

من أجل: $\theta = 90$

$\sigma_{x1} = \sigma_y$

$\tau_{x1y1} = -\tau_{xy}$

وبالاستفادة من العلاقات الرياضية التالية:

$$\cos^2\theta = \frac{1}{2}(1 + \cos 2\theta) \qquad \sin^2\theta = \frac{1}{2}(1 - \cos 2\theta)$$

$$\sin\theta\cos\theta = \frac{1}{2}\sin 2\theta$$

$$\sigma_{x_1} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\cos 2\theta + \tau_{xy}\sin 2\theta$$

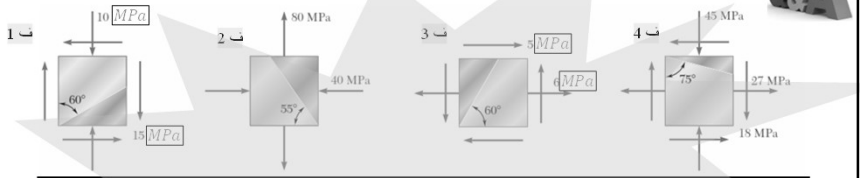
$$\tau_{x_1y_1} = -\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\sin 2\theta + \tau_{xy}\cos 2\theta$$

$$\sigma_{x_1} + \sigma_{y_1} = \sigma_x + \sigma_y$$

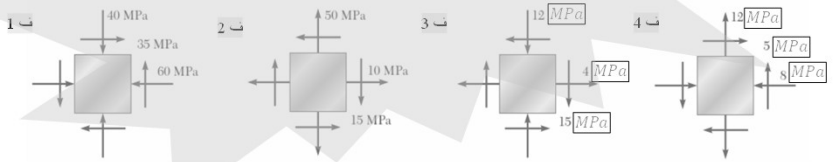
يمكن الحصول على قيمة الإجهادات الناظمية باتجاه المحور y باستبدال الزاوية θ لتصبح $\theta + 90$.

$$\sigma_{y_1} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} - \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\cos 2\theta - \tau_{xy}\sin 2\theta$$

يُطلب تحديد الإجهادات الناظمية وإجهادات القص على المستوي المائل لكل حالة؟



يُطلب تحديد مستويات إجهادات القص الأعظمية وقيمة الإجهادات الناظمية وإجهادات القص هذه المستويات؟



يُطلب تحديد قيمة الإجهادات الناظمية وإجهادات القص على مستويات تميل بزاوية 25 درجة مع عقارب الساعة و 10 درجات عكس عقارب الساعة؟

End of First Lecture نهاية المحاضرة الأولى

Dr.SAUOD-Hama University 2024