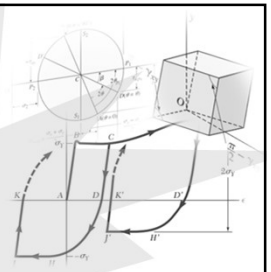
Hama University
Faculty of Civil Engineering
Department of Structural Engineering
Strength of Materials 1



Lecture 2

Principal Plane Stresses

الإجهادات الرئيسية في المستوي

By: Dr. Mhmoud SAUOD
Head of Structural Engineering Department

❑ بالتعويض في العلاقات السابقة :

$$\sigma_1 = \sigma_{x_1} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\cos 2\theta_p + \tau_{xy}\sin 2\theta_p$$

$$= \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2R}\right) + \tau_{xy}\left(\frac{\tau_{xy}}{R}\right)$$

$$\sigma_1 = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$

❑ ولدينا :

$$\sigma_1 + \sigma_2 = \sigma_x + \sigma_y$$

$$\sigma_2 = \sigma_x + \sigma_y - \sigma_1$$

$$= \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} - \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$

$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$

الإشارة الموجبة تشير إلى حساب الإجهادات الأعظمية، والإشارة السالبة تشير إلى حساب الإجهادات الأصغرية.

الإجهادات الرئيسية في المستوى Principal Plane Stresses

❑ تم في المحاضرة السابقة استنتاج العلاقات المحددة لقيم الإجهادات الناظمية و إجهادات القص وفق أي مستو بدلالة زاوية ميل المستو عن المقطع العامودي للمحور الطولي للعنصر المدروس.

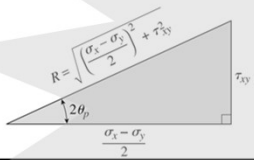
❑ الإجهادات الناظمية الأعظمية والإصغرية تدعى بالإجهادات الرئيسية Principal Stresses.

❑ تحديد قيمة هذه الإجهادات، يتطلب تحديد مستوياتها و التي يمكن الحصول عليها اعتماداً على المعادلات السابقة:

$$\sigma_{x_1} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\cos 2\theta + \tau_{xy}\sin 2\theta \quad \Rightarrow \quad \frac{d\sigma_{x_1}}{d\theta} = -(\sigma_x - \sigma_y)\sin 2\theta + 2\tau_{xy}\cos 2\theta = 0$$

$$\tan 2\theta_p = \frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y}$$

حرف P يشير إلى مستويات الإجهادات الرئيسية



❑ ضمن المجال 0-360 درجة يوجد قيمتين للزاوية $2\theta_P$. الفاصل بينها 180 درجة. وبالتالي يوجد 90 درجة بين القيمتين المتناليتين للزاوية θ_P. فالمستويات الموافقة لهاتين الزاويتين متعامدة لأن الزاوية بينها 90 درجة.

❑ من العلاقة السابقة يمكن استنتاج المثلث المجاور بدلالة الزاوية $2\theta_P$.

$$\cos 2\theta_p = \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2R} \qquad \sin 2\theta_p = \frac{\tau_{xy}}{R}$$

إجهادات القص في المستويات الرئيسية Shear Stresses on Principal Planes

❑ وجدنا سابقاً العلاقة المحددة لإجهاد القص في مستوى ما:

$$\tau_{x_1y_1} = -\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\sin 2\theta + \tau_{xy}\cos 2\theta$$

❑ بجعل هذه العلاقة تساوي الصفر ، فإننا سنحصل على نفس قيم الزاوية $2\theta_P$ للإجهادات الرئيسية السابقة. وبالتالي

فإن قيم إجهادات القص عند مستويات الإجهادات الناظمية الرئيسية تساوي الصفر

❑ لإيجاد مستويات إجهادات القص الرئيسية، نشتق معادلة إجهاد القص τ_{x1y1}، بالنسبة للزاوية θ، ونعدمها.

$$\frac{d\tau_{x_1y_1}}{d\theta} = -(\sigma_x - \sigma_y)\cos 2\theta - 2\tau_{xy}\sin 2\theta = 0$$

$$\tan 2\theta_s = -\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2\tau_{xy}}$$

حرف S يشير إلى مستويات إجهادات القص الأعظمية

❑ القيمة الأولى للزاوية تقع في المجال 0-90 درجة و القيمة الثانية تقع في المجال 90-180 درجة. ويكون الفرق بينهما 90 درجة وبالتالي فإن مستويات إجهادات القص الرئيسية متعامدة.

❑ بالمقارنة بين الزاويتين θ_P, θ_S، نجد :

$$\tan 2\theta_s = -\frac{1}{\tan 2\theta_p} = -\cot 2\theta_p$$

$$\frac{\sin 2\theta_s}{\cos 2\theta_s} + \frac{\cos 2\theta_p}{\sin 2\theta_p} = 0$$

$$sin2\theta_s . sin2\theta_P + cos2\theta_s . cos2\theta_P = 0$$

$$\cos(2\theta_s - 2\theta_P) = 0$$

$$2\theta_s - 2\theta_P = \mp 90^\circ$$

$$\theta_s = \theta_P \mp 45^\circ$$

❑ وبالتالي، فإن مستويات إجهادات القص الأعظمية تكون عند زاوية 45 درجة عن مستويات الإجهادات الرئيسية.

❑ إجهاد القص الأعظمي الموجب عند الزاوية θ_{s1}:

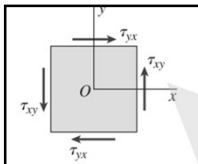
$$\sin 2\theta_{s_1} = -\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2R} \qquad \cos 2\theta_{s_1} = \frac{\tau_{xy}}{R}$$

$$\tau_{max} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$

❑ وتكون قيمة الإجهاد الناظمي الموافق لإجهاد القص الأعظمي، بتعويض قيمة الزاوية θ_{s1}، في علاقة الإجهادات الناظمية فنجد:

$$\sigma_{aver} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2}$$

الحالة الثالثة Pure Shear Stress



❑ يتم تطبيق إجهاد قص فقط.

$$\sigma_x = 0, \sigma_y = 0$$

$$\sigma_{x1} = \tau_{xy} sin2\theta$$

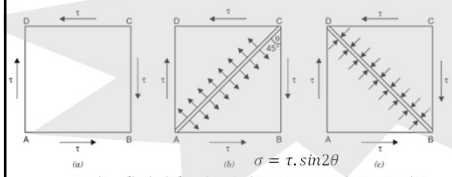
$$\tau_{x1y1} = \tau_{xy} cos2\theta$$

❑ مستويات الإجهادات الرئيسية تميل بزاوية 45 درجة عن المحور x.

$$\tan 2\theta_P = \frac{2\tau_{xy}}{(\sigma_x - \sigma_y) = 0} = \infty \rightarrow 2\theta_P = 90, 270 \rightarrow \theta_P = 45, 135$$

❑ إذا كان τ_{xy}، موجب :

$$\sigma_2 = -\tau_{xy} \qquad \sigma_1 = \tau_{xy}$$

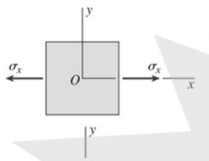


$\sigma = \tau . sin2\theta$

شكل توضيحي لتوزع الإجهادات الناظمية المرافقة لحالة القص الصافي

حالات خاصة في الإجهادات المستوية Special Cases of Plane Stresses

الحالة الأولى Uniaxial Stress



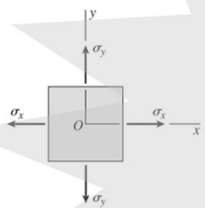
❑ يتم تطبيق إجهاد ناظمي من جهة واحدة فقط.

$$\sigma_y = 0, \tau_{xy} = 0$$

$$\sigma_{x1} = \frac{\sigma_x}{2}(1 + cos2\theta)$$

$$\tau_{x1y1} = -\frac{\sigma_x}{2} sin2\theta$$

الحالة الثانية Biaxial Stress



❑ يتم تطبيق إجهادات ناظمية فقط.

$$\tau_{xy} = 0$$

$$\sigma_{x1} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} cos2\theta$$

$$\tau_{x1y1} = -\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} sin2\theta$$

في كلا الحالتين:

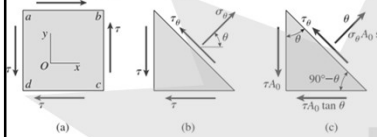
❑ تكون مستويات الإجهادات الرئيسية هي نفسها مستويات X,Y .

$$\tan 2\theta_P = \frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y} = 0 \rightarrow 2\theta_P = 0, 180 \rightarrow \theta_P = 0, 90$$

❑ وتكون إجهادات القص عند هذه المستويات صفر.

INFO

$$sec\theta = \frac{1}{cos\theta}$$



$$\sigma_\theta . A_0 . sec\theta = \tau . A_0 . sin\theta + \tau . A_0 . tan\theta . cos\theta$$

$$\sigma_\theta = 2\tau . sin\theta . cos\theta$$

$$\tau_\theta . A_0 . sec\theta = \tau . A_0 . cos\theta - \tau . A_0 . tan\theta . sin\theta$$

$$\tau_\theta = \tau(\cos^2\theta - \sin^2\theta)$$

$$\sigma_\theta = \tau \sin 2\theta \qquad \tau_\theta = \tau \cos 2\theta$$

❑ في الحالات الخاصة المدروسة سابقاً، فإن إجهاد القص الأعظمي يحصل عند زاوية 45 درجة عن المحور X في الحالتين الأولى و الثانية (Uniaxial Stresses and Biaxial Stresses) . وعند الزاوية صفر في الحالة الثالثة (Pure Shear Stresses).

دائرة مور بالنسبة للإجهادات المستوية Mohr's Circle for Plane Stresses

- المعادلات السابقة، يمكن تمثيلها بشكل تخطيطي على شكل دائرة مور. وتعتبر طريقة مفيدة جداً في إظهار العلاقة بين الإجهادات الناظمية وإجهادات القص بالنسبة لأي مستوي في أي نقطة من العنصر المدروس.
- ويمكن من خلالها معرفة القيم الأعظمية للإجهادات.

$$\sigma_{x_1} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\cos 2\theta + \tau_{xy}\sin 2\theta$$

$$\sigma_{x_1} - \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} = \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\cos 2\theta + \tau_{xy}\sin 2\theta$$

$$\tau_{x_1y_1} = -\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\sin 2\theta + \tau_{xy}\cos 2\theta$$

- نربّع طرفي المعادلتين ثم نجمعهما معاً:

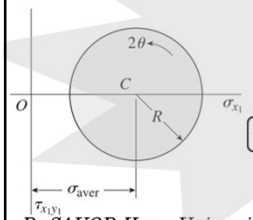
$$\left(\sigma_{x_1} - \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{x_1y_1}^2 = \left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2$$

- ولدينا مسبقاً:

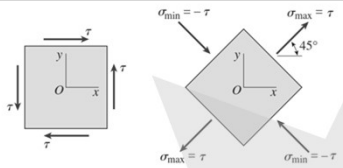
$$\sigma_{aver} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \qquad R = \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$

$$(\sigma_{x_1} - \sigma_{aver})^2 + \tau_{x_1y_1}^2 = R^2$$

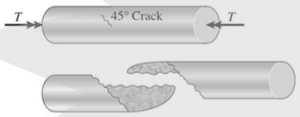
- هذه العلاقة تمثل معادلة دائرة مركزها: $(\sigma_{x1} = \sigma_{aver}, \tau_{x1y1} = 0)$، ونصف قطرها R.



- في حالة القص الصافي، تكون القيمة الأعظمية للإجهادات الناظمية عند مستويات تميل بزاوية 45 درجة عن مستويات إجهادات القص الصافي. ويكون إجهاد شاد وقيمته هي قيمة إجهاد القص المطبق.
- و القيمة الأصغرية للإجهاد الناظمي تكون عند الزاوية 45- درجة، ويكون الإجهاد ضاغط. وفي هذين المستويين تكون إجهادات القص قيمتها صفر.

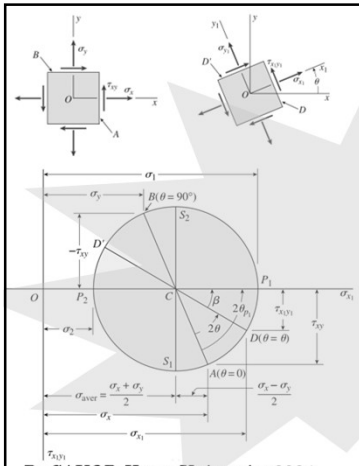


- لذلك في حالة العناصر المعرضة للفتل، نجد أن الانهيار يحصل بزاوية 45 درجة كما في الشكل. بسبب أن الإجهادات الناظمية الأعظمية تُطبق على المستوي المائل بزاوية 45 درجة كإجهاد شد.

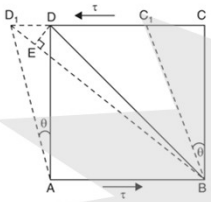


رسم دائرة مور Construction of Mohr's Circle

1) رسم جملة المحاور، σ_{x1}، موجب باتجاه اليمين. و τ_{x1y1}، موجب باتجاه الأسفل.
2) تحديد مركز الدائرة: $(\sigma_{x1} = \sigma_{aver}, \tau_{x1y1} = 0)$.
3) تحدد النقطة A، التي تمثل الإجهادات على الوجه العامد للمحور x: $(\sigma_{x1} = \sigma_x, \tau_{x1y1} = \tau_{xy})$. ونلاحظ أن زاوية هذا المستوي صفر.
1) تحدد النقطة B، التي تمثل الإجهادات على الوجه العامد للمحور y: $(\sigma_{x1} = \sigma_y, \tau_{x1y1} = -\tau_{xy})$. ونلاحظ أن زاوية هذا المستوي 90 درجة.
5) نرسم خط مستقيم يصل بين النقطتين A,B ويمر من مركز الدائرة C.
6) لمعرفة قيمة الإجهادات على مستوي يميل بزاوية θ،
   - نقوم برسم خط مستقيم يميل بزاوية 2θ، عن الخط CA بعكس جهة دوران عقارب الساعة. باعتبار النقطة A تمثل الزاوية $\theta = 0$.
   - ثم تحديد النقطة D على الدائرة. إحداثيات هذه النقطة تمثل قيمة الإجهادات على المستوي المطلوب.
   - نرسم خط مستقيم يمر من C,D فإنه يتقاطع مع الدائرة في D' و التي تمثل إحداثياتها قيم الإجهادات على المستوي العامد للمستوي المطلوب.



حساب التشوهات المحورية المرافقة لتشوهات القص
Direct Tensile and Compressive Strains of the Diagonals



- مقدار تشوه الشد/ الضغط القطري الحاصل نتيجة تشوهات القص: استطالة في القطر DB وقصر في القطر AC.

كما وجدنا سابقاً $\tau = \sigma$ في حالة القص الصافي

تشوه الشد الناتج عن إجهاد الشد المحوري في BD

$$Tensile\ Strain\ in\ BD = \frac{Tensile\ Stress\ in\ BD}{E} = \frac{\tau}{E}$$

تشوه الشد الناتج عن إجهاد الضغط الجانبي على BD

$$Tensile\ Strain\ in\ BD = \frac{\mu.\tau}{E}$$

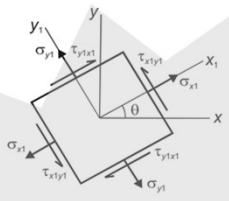
تشوه الشد الكلي للعنصر BD

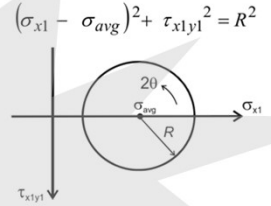
$$Total\ Tensile\ Strain\ in\ BD = \frac{\tau}{E} + \frac{\mu.\tau}{E} = \frac{\tau}{E}(1+\mu)$$

- وبشكل مشابه نحدد تشوهات الضغط في القطر AC:

تشوه الضغط الكلي للعنصر AC

$$Total\ Compresive\ Strain\ in\ AC = \frac{\tau}{E} + \frac{\mu.\tau}{E} = \frac{\tau}{E}(1+\mu)$$





$$(\sigma_{x1} - \sigma_{avg})^2 + \tau_{x1y1}^2 = R^2$$

- تم أعلاه إيضاح اصطلاح الإشارة في دائرة مور (الاتجاه الموجب).
- تم اعتباره الاتجاه الموجب باعتباره الاتجاه الذي تم فيه استنتاج معادلات الإجهادات في العنصر .
- يتم تطبيق 2θ في دائرة مور ، و θ في مخطط الحالة الإجهادية.

- يمكن حساب إحداثيات النقطة D كما يلي:

$$\sigma_{x_1} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + R\cos\beta \qquad \tau_{x_1y_1} = R\sin\beta$$

ولدينا من الدائرة:

$$\cos(2\theta + \beta) = \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2R} \qquad \sin(2\theta + \beta) = \frac{\tau_{xy}}{R}$$

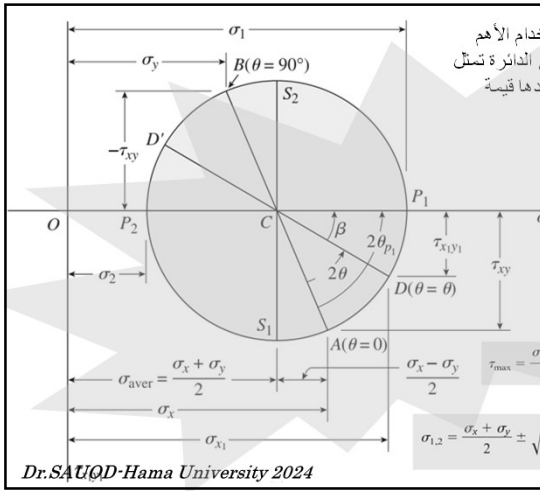
بطرح المعادلتين ← $sin2\theta \times$ ..... $\cos 2\theta\cos\beta - \sin 2\theta\sin\beta = \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2R}$ ..... $\times cos2\theta$

بجمع المعادلتين ← $cos2\theta \times$ ..... $\sin 2\theta\cos\beta + \cos 2\theta\sin\beta = \frac{\tau_{xy}}{R}$ ..... $\times sin2\theta$

$$\sin\beta = \frac{1}{R}\left(-\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\sin 2\theta + \tau_{xy}\cos 2\theta\right) \qquad \cos\beta = \frac{1}{R}\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\cos 2\theta + \tau_{xy}\sin 2\theta\right)$$

بذلك يتم حساب الإحداثيات المطلوبة

$$\sigma_{x_1} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + R\cos\beta \qquad \tau_{x_1y_1} = R\sin\beta$$



- يعتبر تحديد قيمة الإجهادات الرئيسية، الاستخدام الأهم لدائرة مور . حيث نلاحظ أن النقطة P1 على الدائرة تمثل القيمة الأعظم للإجهادات الناظمية وتكون عندها قيمة إجهادات القص صفر .

$$\sigma_1 = \overline{OC} + \overline{CP_1} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + R$$

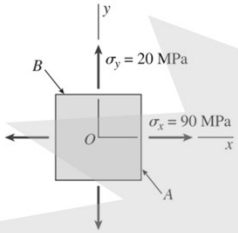
- النقاط S1, S2 تمثل مستويات إجهادات القص الأعظمية. قيمة إجهادات القص الأعظمية تساوي مقدار نصف قطر دائرة مور .

$$R = \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$

$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$

EXAMPLE

للحالة الإجهادية المجاورة، يُطلب تحديد قيمة الإجهادات على مستوي يميل بزاوية 30 درجة باستخدام دائرة مور؟



ANSWER

تحديد مركز الدائرة C:

$$\sigma_{aver} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} = \frac{90\text{ MPa} + 20\text{ MPa}}{2} = 55\text{ MPa}$$

تحديد النقطة A: $\theta = 0$, $\tau_{x1y1} = 0$, $\sigma_{x1} = 90\ MPa$

تحديد النقطة B: $\theta = 90$, $\tau_{x1y1} = 0$, $\sigma_{y1} = 20\ MPa$

$$R = \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} = \sqrt{\left(\frac{90\text{ MPa} - 20\text{ MPa}}{2}\right)^2 + 0} = 35\text{ MPa}$$

من أجل مستوي يميل زاوية 30 درجة $2\theta = 60$، النقطة D:

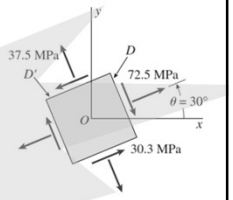
(Point D) $\sigma_{x_1} = \sigma_{aver} + R\cos 60°$

$= 55\text{ MPa} + (35\text{ MPa})(\cos 60°) = 72.5\text{ MPa}$

$\tau_{x_1y_1} = -R\sin 60° = -(35\text{ MPa})(\sin 60°) = -30.3\text{ MPa}$

من أجل النقطة المقابلة 'D :

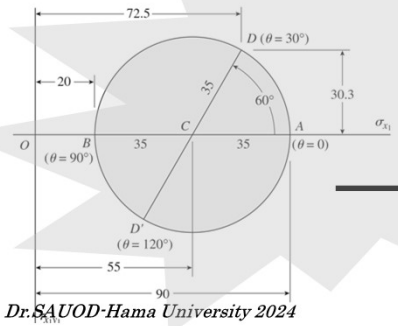
$2\theta = 60 + 180 = 240$،

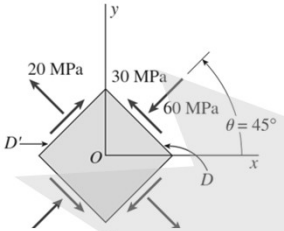


(Point D') $\sigma_{x_1} = \sigma_{aver} - R\cos 60°$

$= 55\text{ MPa} - (35\text{ MPa})(\cos 60°) = 37.5\text{ MPa}$

$\tau_{x_1y_1} = R\sin 60° = (35\text{ MPa})(\sin 60°) = 30.3\text{ MPa}$





$\tan \overline{ACP_2} = \frac{40\text{ MPa}}{30\text{ MPa}} = \frac{4}{3}$ $\quad \overline{ACP_2} = 53.13°$

$\overline{DCP_2} = 90° - \overline{ACP_2} = 90° - 53.13° = 36.87°$

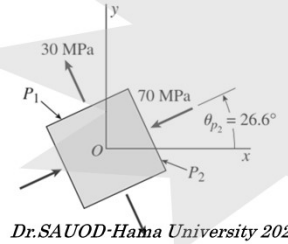
تحديد النقطة D بعد معرفة الزوايا:

(Point D) $\sigma_{x_1} = -20\text{ MPa} - (50\text{ MPa})(\cos 36.87°) = -60\text{ MPa}$

$\tau_{x_1y_1} = (50\text{ MPa})(\sin 36.87°) = 30\text{ MPa}$

(Point D') $\sigma_{x_1} = -20\text{ MPa} + (50\text{ MPa})(\cos 36.87°) = 20\text{ MPa}$

$\tau_{x_1y_1} = (-50\text{ MPa})(\sin 36.87°) = -30\text{ MPa}$



2)- حساب الإجهادات الرئيسية:

تُحدد الإجهادات الرئيسية على دائرة مور وفق النقطتين P1, P2.

$\sigma_1 = -20\,MPa + 50\,MPa = 30\,MPa$

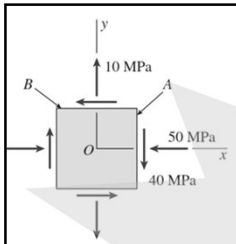
$\overline{ACP_1} = 2\theta_{p_1} = 53.13° + 180° = 233.13°$ $\quad \theta_{p_1} = 116.6°$

$\sigma_2 = -20\,MPa - 50\,MPa = -70\,MPa$ $\quad \theta_{p2} = 26.6°$

EXAMPLE

للحالة الإجهادية المجاورة، يُطلب باستخدام دائرة مور تحديد مايلي:

1) قيمة الإجهادات على مستوي يميل بزاوية 45 درجة؟
2) قيمة الإجهادات الرئيسية؟
3) قيمة إجهادات القص الرئيسية؟



ANSWER

تحديد مركز الدائرة C: $\sigma_{aver} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} = \frac{-50\text{ MPa} + 10\text{ MPa}}{2} = -20\text{ MPa}$

تحديد النقطة A: $\theta = 0$ $\quad \tau_{x1y1} = -40MPa$ $\quad \sigma_{x1} = -50\,MPa$,

تحديد النقطة B: $\theta = 90$ $\quad \tau_{x1y1} = 40MPa$ $\quad \sigma_{y1} = 10\,MPa$,

حساب نصف القطر R :

$$R = \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$

$$= \sqrt{\left(\frac{-50\text{ MPa} - 10\text{ MPa}}{2}\right)^2 + (-40\text{ MPa})^2} = 50\text{ MPa}$$

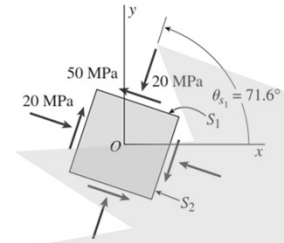
تحديد قيمة الإجهادات على مستوي يميل بزاوية 45 درجة:

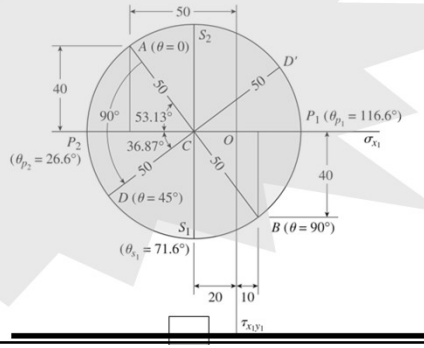
يلزم بدايةً معرفة الزاوية بين الخط CD و الاتجاه السالب للمحور σ_{x1}، الزاوية DCP2.

3)- حساب إجهادات القص الأعظمية:

تُحدد الإجهادات الرئيسية على دائرة مور وفق النقطتين S1, S2. وتبلغ قيمتها مقدار نصف قطر الدائرة R :

$\tau_{max} = 50\,MPa$ $\quad 2\theta_{S1} = 143.13°$



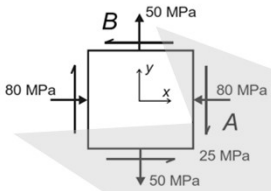


EXAMPLE

للحالة الإجهادية المجاورة، يُطلب باستخدام دائرة مور تحديد مايلي مع رسم الحالة الإجهادية:

1) قيمة الإجهادات الرئيسية؟

2) قيمة إجهادات القص الرئيسية؟

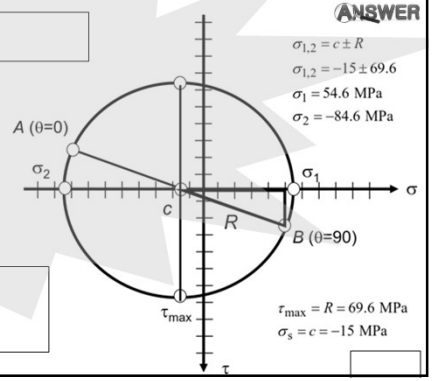


ANSWER

$$c = \sigma_{avg} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} = \frac{-80+50}{2} = -15$$

$$R = \sqrt{(50-(-15))^2 + (25)^2}$$

$$R = \sqrt{65^2 + 25^2} = 69.6$$



$\sigma_{1,2} = c \pm R$

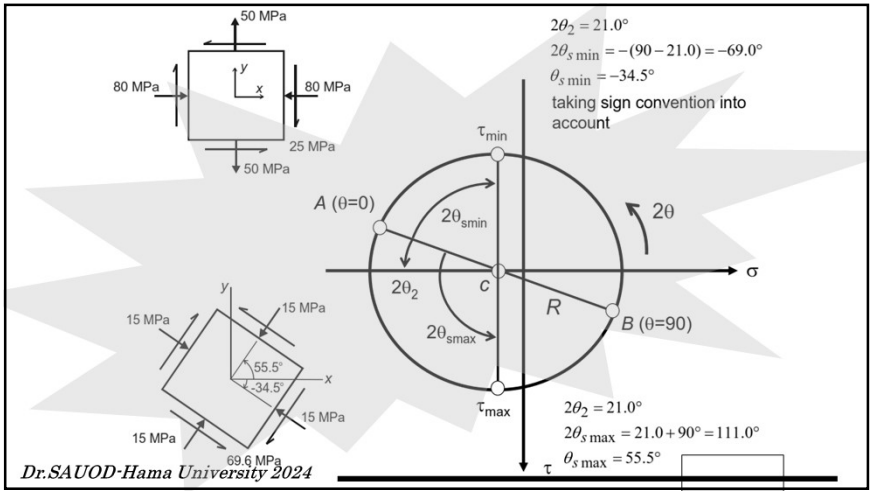
$\sigma_{1,2} = -15 \pm 69.6$

$\sigma_1 = 54.6$ MPa

$\sigma_2 = -84.6$ MPa

$\tau_{max} = R = 69.6$ MPa

$\sigma_s = c = -15$ MPa



$2\theta_2 = 21.0°$

$2\theta_{s\,min} = -(90-21.0) = -69.0°$

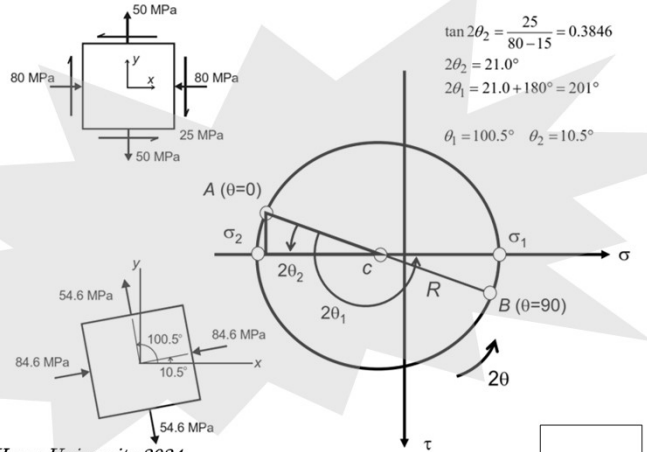
$\theta_{s\,min} = -34.5°$

taking sign convention into account

$2\theta_2 = 21.0°$

$2\theta_{s\,max} = 21.0 + 90° = 111.0°$

$\theta_{s\,max} = 55.5°$



$\tan 2\theta_2 = \frac{25}{80-15} = 0.3846$

$2\theta_2 = 21.0°$

$2\theta_1 = 21.0 + 180° = 201°$

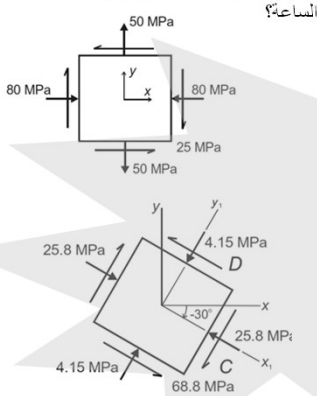
$\theta_1 = 100.5°$ $\theta_2 = 10.5°$

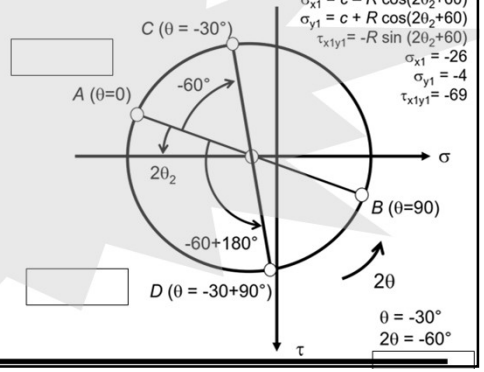
EXAMPLE

للحالة الإجهادية المجاورة، يُطلب باستخدام دائرة مور تحديد مايلي مع رسم الحالة الإجهادية:

الإجهادات في مستو يميل بزاوية 30 درجة باتجاه عقارب الساعة؟

ANSWER





$\sigma_{x1} = c - R\cos(2\theta_2 + 60)$

$\sigma_{y1} = c + R\cos(2\theta_2 + 60)$

$\tau_{x1y1} = -R\sin(2\theta_2 + 60)$

$\sigma_{x1} = -26$

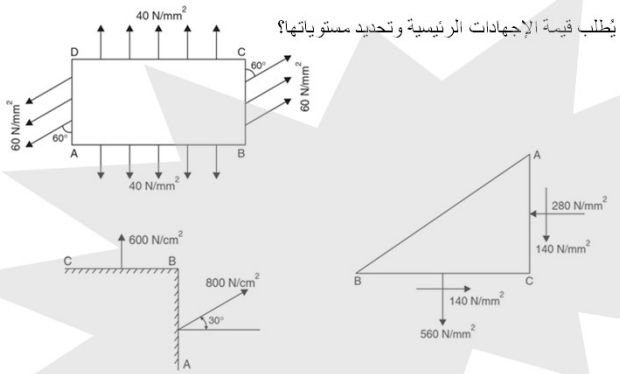
$\sigma_{y1} = -4$

$\tau_{x1y1} = -69$

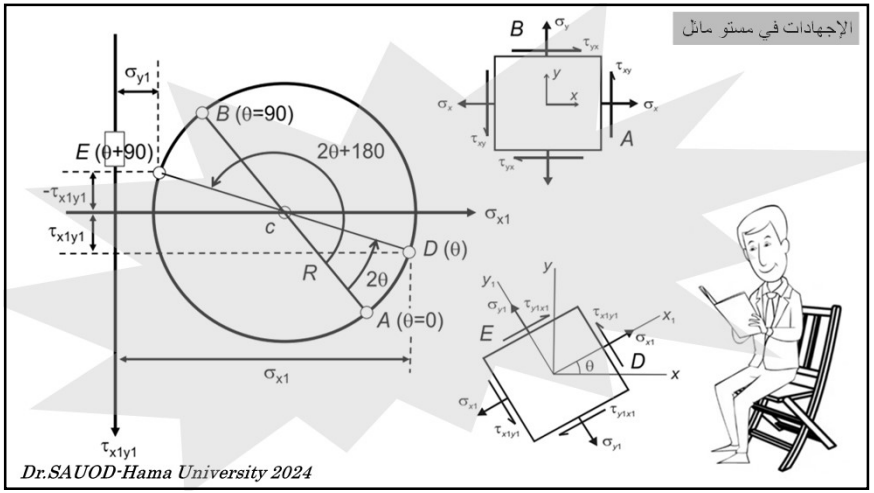
$\theta = -30°$

$2\theta = -60°$

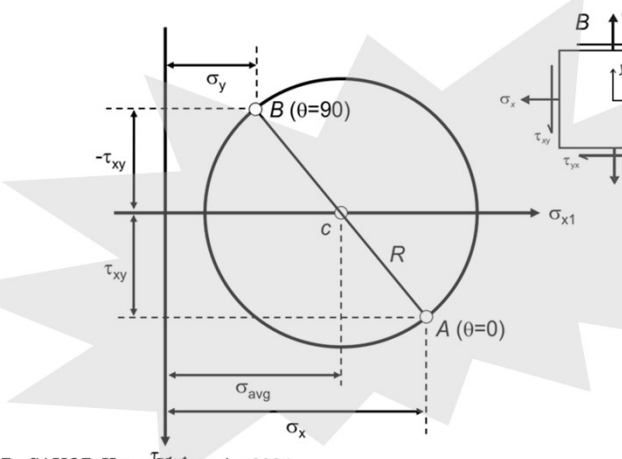
للحالات الإجهادية المجاورة، يُطلب قيمة الإجهادات الرئيسية وتحديد مستوياتها؟



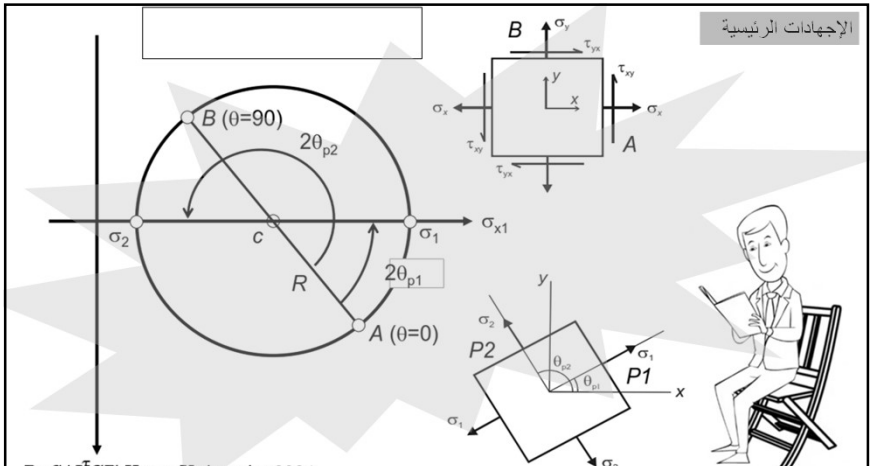
الإجهادات في مستو مائل

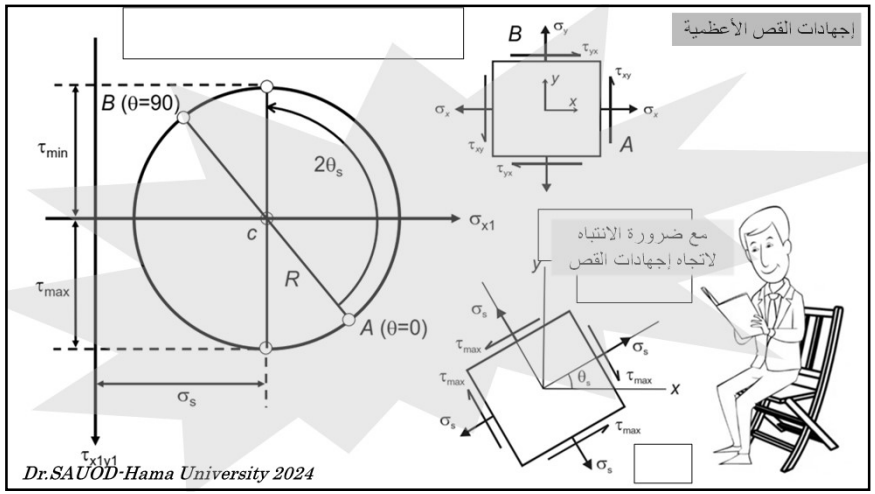


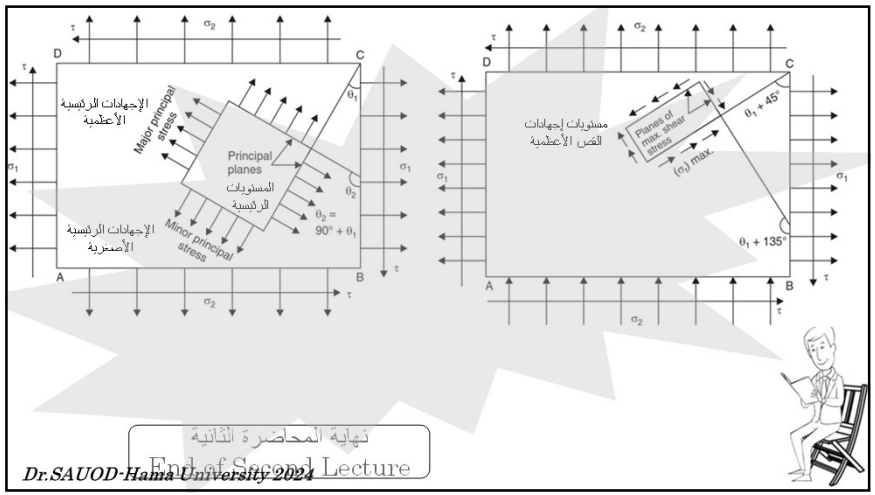
تشكيل دائرة مور



الإجهادات الرئيسية




إجهادات القص الأعظمية
B (θ=90)
A (θ=0)
c
R
2θs
τmin
τmax
σx1
σs
τx1y1
B
A
مع ضرورة الانتباه
لاتجاه إجهادات القص
Dr.SAUOD-Hama University 2024


الإجهادات الرئيسية العظمى
Major principal stress
Principal planes
المستويات الرئيسية
الإجهادات الرئيسية الأصغرية
Minor principal stress
θ2 = 90° + θ1
مستويات إجهادات القص الأعظمية
Planes of max. shear stress
(σ1) max.
θ1 + 45°
θ1 + 135°
نهاية المحاضرة الثانية
End of Second Lecture
Dr.SAUOD-Hama University 2024