

التنبؤ بنظام النقل

يتم تقدير نمو العناصر المكونة لنظام النقل بثلاث طرق:

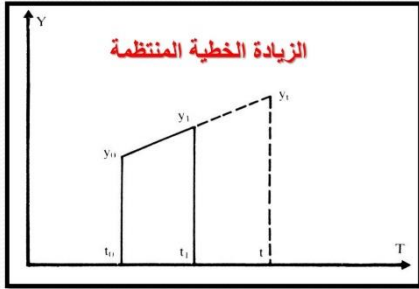
1. الزيادة الخطية المنتظمة:

$$y_t = y_0 + c * (t - t_0)$$

y_t : الشيء المطلوب في المستقبل (عدد أشخاص_سيارات

y_0 : الشيء المعطى في المستقبل (عدد أشخاص_سيارات

c : نسبة الزيادة الخطية المنتظمة



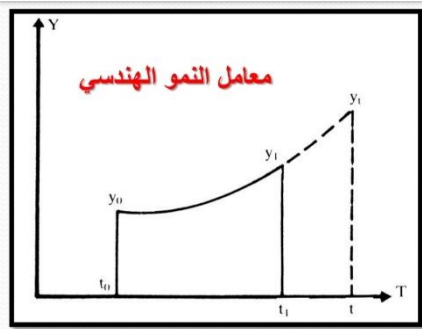
$$c = \frac{\text{بيانات العام القديم} - \text{بيانات العام الجديد}}{\text{فرق الأعوام}} = \frac{\text{فرق البيانات}}{\text{فرق الأعوام}}$$

حيث أن الزيادة خطية بشكل مستقيم.

2. معامل النمو الهندسي:

$$y_t = y_0 * (1 + p)^n$$

حيث أن p :



$$p = \left(\left(\frac{\text{البيانات عند } t_2}{\text{البيانات عند } t_1} \right)^{\frac{1}{t_2 - t_1}} \right) - 1$$

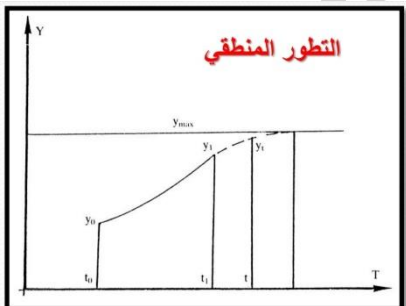
t_2 : الزمن الثاني (المعطى)

t_1 : الزمن الأول الأقدم (المعطى)

n : فرق الأعوام بين العام الأقدم والعام المراد الحساب عنده

3. التطور المنطقي:

$$y_t = \frac{y_{max}}{1 + e^{(a-b*t)}}$$



دورة: اكتب الطرق التي يتم فيها تقدير نمو عناصر النظام مع العلاقات والرسم البياني.

مسألة 1: بلغ عدد السكان لمدينة ما 200000 شخص عام 1995 بملكية 2 سيارة لكل 10 أشخاص ، وصل عدد السكان في عام 2005 الى 360000 شخص بملكية 3 سيارة لكل 20 شخص ، المطلوب :

1 . احسب عدد السكان والسيارات لعام 2015 وذلك بطريقتين :

* معامل الزيادة الخطية المنتظمة .

* معامل النمو الهندسي .

الحل:

الطريقة	2015	????	الأولى: الزيادة الخطية المنتظمة
	2005	360000	
	1995	200000	

C

نقوم بحساب

$$c = \frac{\text{بيانات العام القديم} - \text{بيانات العام الجديد}}{\text{فرق الأعوام}} = \frac{\text{فرق البيانات}}{\text{فرق الأعوام}}$$

$$c = \frac{360000 - 200000}{2005 - 1995} = 16000$$

نعوض في العلاقة السابقة

$$y_{2015} = 360000 + 16000 * (10) = 520000 \text{ شخص}$$

ملاحظة: بطريقة الزيادة الخطية المنتظمة لا يهتم معطيات أي عام تم تعويضها بالعلاقة سواء كان العام الأقدم 1995 أو العام 2005 .

أي:

$$y_{2015} = y_{1995} + 16000 * (2015 - 1995) = 520000 \text{ شخص}$$

الطريقة الثانية: النمو الهندسي

$$y_t = y_0 * (1 + p)^n$$

$$y_{2015} = y_{1995} * (1 + p)^{2015-1995}$$

$$p = \left(\left(\frac{360000}{200000} \right)^{\frac{1}{2005-1995}} \right) - 1 = 0.0605$$

نعوض في العلاقة السابقة

$$y_{2015} = 200000 * (1 + 0.0605)^{20} = 647506 \text{ شخص}$$

نحسب عدد السيارات في الأعوام المعطاة عن طريق النسبة والتناسب:

- عام 1995:

كل 10 أشخاص لديهم 2 سيارة

كل 200000 شخص لديهم X سيارة

$$X = \frac{200000 * 2}{10} = 40000$$

- عام 2005:

كل 20 أشخاص لديهم 3 سيارة

كل 360000 شخص لديهم X سيارة

$$X = \frac{360000 * 3}{20} = 54000$$

ملاحظة: لحساب الزيادة في عدد السيارات لعام 2015 نقوم بمعاملة السيارات كما عاملنا الأشخاص حسب

العلاقات.

الطريقة الأولى: الزيادة الخطية المنتظمة

$$y_t = y_0 + c * (t - t_0)$$

$$y_{2015} = y_{2005} + c * (2015 - 2005)$$

نقوم بحساب C

$$c = \frac{\text{بيانات العام القديم} - \text{بيانات العام الجديد}}{\text{فرق الأعوام}} = \frac{\text{فرق البيانات}}{\text{فرق الأعوام}}$$

$$c = \frac{54000 - 40000}{2005 - 1995} = 1400$$

نعوض في العلاقة السابقة

$$y_{2015} = 54000 + 1400 * (10) = 68000 \text{ سيارة}$$

حساب البيانات حسب العام الأقدم (طريقة ثانية)

$$y_{2015} = y_{1995} + 1400 * (2015 - 1995) = 68000 \text{ سيارة}$$

40000

الطريقة الثانية: النمو الهندسي

$$y_t = y_0 * (1 + p)^n$$

$$y_{2015} = y_{1995} * (1 + p)^{2015-1995}$$

$$p = \left(\left(\frac{54000}{40000} \right)^{\frac{1}{2005-1995}} \right) - 1 = 0.0305$$

نعوض في العلاقة السابقة

$$y_{2015} = 40000 * (1 + 0.0305)^{20} = 72949 \text{ سيارة}$$

نماذج النقل

1. انبثاق وجذب (نماذج ارتباط) .
 2. اختيار .
 3. توزيع _ معاملات النمو (منتظم - متوسط - فترات) _ الجاذبية .
 4. تخصيص .
- نماذج النقل هي طرق تحرك المركبات داخل الخلايا أو حولها وهي خمسة (الانبثاق - الجذب - التوزيع - الاختيار -
التخصيص) وسنتهم ب:

- (1) نماذج الانبثاق: عدد الرحلات التي تولد داخل الخلية ويرمز لها ب Q_i
- (2) نماذج الجذب: عدد الرحلات التي تتجه نحو الخلية ويرمز لها ب Z_j
- (3) نماذج التوزيع: تستخدم لمعرفة عدد الرحلات بين خليتين وذلك بمعرفة أجمالي الرحلات المنشقة والمنجذبة
منشقة من الخلية Q_i ومنجذبة الى الخلية Z_j

نمثل التوزيع في جدول يكون فيه F_{ij} هو الرحلة بين خليتين

Z : مجموع خانات العمدة

Q : مجموع خانات السطر

ملاحظة: شرط التوازن ($\sum Q_i = \sum Z_j = \sum \sum F_{ij}$)

Q_i^0 و Z_j^0 (في الزمن القديم) تعطى في نص المسألة

Q_i و Z_j (في المستقبل) تعطى أو يطلب حسابها

	1	2	3	4	Q_i
1	F_{11}	F_{12}	F_{13}	F_{14}	Q_1
2	F_{21}	F_{22}	F_{23}	F_{24}	Q_2
3	F_{31}	F_{32}	F_{33}	F_{34}	Q_3
4	F_{41}	F_{42}	F_{43}	F_{44}	Q_4
Z_j	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4	$\sum Q_i = \sum Z_j = \sum \sum F_{ij}$

5. قوانين نماذج التوزيع:

$$F_{ij} = F_{ij}^0 * F$$

(a) طريقة النمو المنتظم:

$$F = \frac{\sum Q_i}{\sum Q_i^0} = \frac{\sum Z_j}{\sum Z_j^0} \quad \text{حيث أن}$$

$$F_{ij} = F_{ij}^0 * \left(\frac{F_i + F_j}{2} \right)$$

(b) طريقة النمو المتوسط:

$$F_i = \frac{Q_i}{Q_i^0} \quad \text{و} \quad F_j = \frac{Z_j}{Z_j^0} \quad \text{حيث أن}$$

$$F_{ij} = \frac{F_{ij}^0 * F_i * F_j}{X_i}$$

(c) طريقة فراتر:

$$X_i = \frac{\sum j(F_{ij}^0 * F_j)}{Q_i^0} \quad \text{حيث أن}$$

مسألة 2: مستوطنة سكانية مقسمة الى 4 خلايا:

مصنوفة الرحلات عام 1990 (1000 رحلة)

	1	2	3	4	Q_i^0
1	2	2	1	1	6
2	4	1	5	2	12
3	10	2	2	6	20
4	24	1	2	5	32
Z_j^0	40	6	10	14	70

. مصنوفة الرحلات عام 2000 (1000 رحلة)

	1	2	3	4	Q_i
1					10
2			$F_{23} = ???$		20
3					30
4					40
Z_j	50	10	15	25	100

لا تنسى لتطبيق نماذج التوزيع يجب
تحقق شرط الموازنة
($\sum Q_i = \sum Z_j = \sum \sum F_{ij}$)

المطلوب تقدير عدد الرحلات بين الخلية (2) كمصدر والخلية (3) كهدف عام 2000 باستخدام:
 .معامل النمو المنتظم .معامل النمو المتوسط .طريقة فراير

الحل:

$$F_{ij} = F_{ij}^0 * F \quad \text{طريقة النمو المنتظم:}$$

$$F = \frac{\sum Q_i}{\sum Q_i^0} = \frac{\sum Z_j}{\sum Z_j^0}$$

$$i = 2, j = 3 \quad \text{المطلوب} \longrightarrow F_{23} = F_{23}^0 * F = 5 * F$$

F_{23}^0 من مصفوفة العام 1990 السطر (2) العمود (3)

$$F = \frac{\sum Q_i}{\sum Q_i^0} = \frac{100}{70} = 1.4286 \quad \text{نعوض بالعلاقة السابقة}$$

$$F_{23} = 1.4286 * 5 = 7.1429 \quad \text{مرحلة} * 1000 = 7143$$

$$F_{ij} = F_{ij}^0 * \left(\frac{F_i + F_j}{2} \right) \quad \text{طريقة النمو المتوسط:}$$

$$F_i = \frac{Q_i}{Q_i^0} \quad \text{و} \quad F_j = \frac{Z_j}{Z_j^0} \quad \text{حيث أن}$$

$$F_{23} = F_{23}^0 * \left(\frac{F_2 + F_3}{2} \right) \quad \text{نعوض المطلوب } i = 2, j = 3$$

$$F_2 = \frac{Q_2}{Q_2^0} = \frac{20}{12} = 1.667 \quad F_i = \frac{Q_i}{Q_i^0}$$

$$F_3 = \frac{Z_3}{Z_3^0} = \frac{15}{10} = 1.5 \quad F_j = \frac{Z_j}{Z_j^0}$$

$$F_{23} = 5 * \left(\frac{1.667 + 1.5}{2} \right) = 7.9175 \quad \text{مرحلة} * 1000 = 7918$$

$$F_{ij} = \frac{F_{ij}^0 * F_i * F_j}{X_i} \quad \text{(a) طريقة فراير:}$$

$$X_i = \frac{\sum j (F_{ij}^0 * F_j)}{Q_i^0}$$

$$F_{23} = \frac{F_{23}^0 * F_2 * F_3}{X_2}$$

$$X_2 = \frac{\sum (F_{2j}^0 * F_j)}{Q_2^0}$$

$$X_2 = (F_{21}^0 * F_1 + F_{22}^0 * F_2 + F_{23}^0 * F_3 + F_{24}^0 * F_4) / Q_2^0$$

$$F_2 = \frac{Q_2}{Q_2^0} = \frac{20}{12} = 1.667$$

$$F_1 = Z_1 / Z_1^0 = 50/40 = 1.25$$

$$F_2 = Z_2 / Z_2^0 = 10/6 = 1.6$$

$$F_3 = Z_3 / Z_3^0 = 15/10 = 1.5$$

$$F_4 = Z_4 / Z_4^0 = 25/14 = 1.786$$

$$X_2 = (4*1.25 + 1*1.667 + 5*1.5 + 2*1.786)/12 = 1.4783$$

$$F_{23} = \frac{5*1.667*1.5}{1.4783} = 8.4573 \text{ مرحلة} * 1000 = 8458$$

مسألة 3:

الجدول التالي يبين بيانات عن أعداد السكان العاملين - فرص العمالة بأقسام إحدى المدن في العام 1990 والعام 2010

2010				1990			
فرص العمالة O	أعداد العاملين W	أعداد السكان P	القسم	فرص العمالة O	أعداد العاملين W	أعداد السكان P	القسم
1400	2808	5400	1	1400	2496	5200	1
1500	3588	6900	2	1200	3168	6600	2
4700	1456	2800	3	4500	768	1600	3
6000	3796	7300	4	6900	3888	8100	4
1000	2132	4100	5	1400	2640	5500	5
1500	2652	5100	6	900	1200	2500	6

احسب باستخدام نموذج معاملات النمو أحسب الرحلات المنبثقة والمنجذبة من وإلى لأقسام المدينة عام 2010 إذا علم أن مصفوفة توزيع الرحلات اليومية للعام 1990 كما يلي:

توزيع الرحلات في العام 1990 بالعشرات							
من إلى	1	2	3	4	5	6	Q_i^0
1	35	75	87	251	78	16	542
2	75	44	64	215	43	29	470
3	87	64	15	164	73	32	435
4	251	215	164	105	274	81	1090
5	87	43	73	274	30	32	539
6	14	29	32	81	32	7	195
Z_j^0	549	470	435	1090	530	197	3271

الحل: في هذه المسألة لم تعطى مصفوفة عام 2010 وبالتالي أوجدناها ولايجاده نطبق القانون :

حيث G : معامل النمو لكل قسم

$$Q_i = Q_i^0 * G$$

$$Z_j = Z_j^0 * G$$

$$G = \frac{P_{2010}}{P_{1990}} \times \frac{W_{2010}}{W_{1990}} \times \frac{Q_{2010}}{Q_{1990}} = \frac{5400 \times 2808 \times 1400}{5200 \times 2496 \times 1400} = 1.16827$$

نحصل على كل من قيم $(Q_1, Z_1, Q_2, Z_2, \dots)$ عبر ضرب كل قيمة من عام 1990 بالمعامل G

$$\rightarrow Q_1 = Q_1^0 \times G = 542 \times 1.16827 = 633.3$$

$$\rightarrow Z_1 = Z_1^0 \times G = 549 \times 1.16827 = 641.4$$

حيث أن G في القانون السابق هي G_1 وبالتالي نقوم بحساب لكل قسم

القسم	G	Q_i لعام 2010	Z_j لعام 2010
1	1.683	633.3	641.4
2	1.4801	695.7	695.7
3	3.4652	1507.4	1507.4
4	0.7651	834.1	834.1
5	0.4300	231.8	228
6	7.514	1465.2	1480.3
المجموع		5367.5	5368.9
ع			

$$\Sigma Q_i = \Sigma Z_j \text{ الشرط}$$

غير محقق نقوم بعملية موازنة

1. نوجد المتوسط الحسابي :

$$\Delta = \frac{5367.5 + 5368.9}{2} = 5377.2$$

2. نقارن مجموع الرحلات المنبثقة ومجموع الرحلات المنجذبة مع Δ لمعرفة أي منهم يحتاج الى زيادة أو تخفيض .

3. نحسب نسبة

الزيادة والنقصان:

نسبة الزيادة للرحلات المنبثقة :	نسبة النقصان للرحلات المنجذبة :
$\frac{\Delta - \sum Q_i}{\sum Q_i} = \frac{5377.2 - 5367.505}{5367.505}$ $= 1.8 \times 10^{-3} = 0.18\%$	$\frac{\Delta - \sum Z_i}{\sum Z_i} = \frac{5377.2 - 5386.9}{5386.9}$ $= 1.8 \times 10^{-3} = 0.18\%$

أستاذة المفضل

الرحلات المنجذبة	الرحلات المنبثقة
$641.4 - \left(\frac{0.18}{100} \times 641.4 \right) = 640.2$ $\Delta < \sum Z_i : \text{لأن}$	$633.3 + \left(\frac{0.18}{100} \times 633.3 \right) = 634.4$ $\Delta > \sum Q_i : \text{لأن}$

4. تقوم بعملية التصحيح :

نكرر عملية التصحيح لجميع القيم المنبثقة والمنجذبة :

القسم	G	Q_i لعام 2010 مصححة	Z_j لعام 2010 مصححة
1	1.683	634.4	640.2
2	1.4801	697	694.4
3	3.4652	1510.1	1504.7
4	0.7651	835.6	832.6
5	0.4300	232.2	227.7
6	7.514	1467.9	1477.6
المجموع		5377.2	5377.2
ع			

$$\sum Q_i = \sum Z_j$$

محقق

تقوم بحساب توزيع الرحلات لعام 2010 حسب النمو المنتظم والمتوسط وفرائي كما في المسألة 2 :

$$F_{ij} = F_{ij}^0 * f$$

طريقة النمو المنتظم :

$$f = \frac{\sum Q_i}{\sum Q_i^0} = \frac{5377.2}{3271} = 1.6439$$

حساب الرحل من وإلى كل قسم باستخدام معامل النمو المنتظم

2010							
من وإلى	1	2	3	4	5	6	Q_{2i}
1	58	123	143	413	128	26	891
2	123	72	105	353	71	48	773
3	143	105	25	270	120	53	715
4	413	353	270	173	450	133	1792
5	143	71	120	450	49	53	886
6	23	48	53	133	53	12	321
Z_{2j}	902	773	715	1792	871	324	5377

$$F_{ij} = F_{ij}^0 * \left(\frac{F_i + F_j}{2} \right)$$

طريقة النمو المتوسط :

$$F_i = \frac{Q_i}{Q_i^0} \quad \text{و} \quad F_j = \frac{Z_j}{Z_j^0} \quad \text{حيث أن}$$

$$f_i = f_1 = \frac{Q_1}{Q_1^0} = \frac{634.44}{542} = 1.17$$

$$f_j = f_1 = \frac{Z_1}{Z_1^0} = \frac{640.2}{549} = 1.16$$

القسم	f_i	f_j
1	1.17	1.16
2	1.482	1.477
3	3.471	3.459
4	0.766	0.763
5	0.430	0.429
6	7.527	7.500

جدول (*)

تقوم بالخطوة السابقة لجميع الأقسام فينتج لدينا الجدول التالي :

نعوض في العلاقة الأساسية ونحسب قيم جميع الأقسام :

الآن نحسب خانات الجدول الجديد لعام 2010 حسب طريقة النمو المتوسط :

$$F_{1.1} = F_{1.1}^0 \times \left(\frac{f_1 + f_1}{2} \right) = 35 \times \left(\frac{1.17 + 1.16}{2} \right) = 40.775$$

$$F_{1.2} = F_{1.2}^0 \times \left(\frac{f_1 + f_2}{2} \right) = 75 \times \left(\frac{1.17 + 1.477}{2} \right) = 99.2625$$

حساب الرحل من وإلى كل قسم باستخدام معامل النمو المتوسط

2010							
من وإلى	1	2	3	4	5	6	Q2 _i
1	41	99	201	243	62	69	716
2	99	65	158	241	41	130	735
3	202	158	52	347	142	176	1077
4	243	241	346	80	164	335	1409
5	69	41	142	164	13	127	556
6	61	131	176	336	127	53	883
Z2 _j	715	736	1076	1411	550	889	5377

طريقة فرااتر:

$$F_{ij} = \frac{F_{ij}^0 * F_i * F_j}{X_i}$$

$$X_i = \frac{\sum j (F_{ij}^0 * F_j)}{Q_i^0}$$

نحصل على قيم F_i و F_j من الجدول (*) الموجود في طريقة النمو المتوسط حيث تم حسابها و
تقوم بحساب معامل فرااتر X_i كما في المسألة 2 حيث سنتج لدينا ستة قيم في هذه المسألة

حساب الرحل من وإلى كل قسم باستخدام طريقة فرااتر							
2010							
من وإلى	1	2	3	4	5	6	Q2 _i
1	32	88	239	152	27	95	634
2	79	59	199	148	17	196	697
3	238	222	122	293	73	562	1510
4	123	134	239	34	50	256	836
5	27	17	67	55	3	63	232
6	80	211	545	305	68	259	1468
Z2 _j	579	730	1411	988	237	1432	5377

نماذج أسئلة دورات عملي
دورة عام 2022-2023 عملي

المسألة الثانية :

تبين الجداول التالية توزيع الرحلات بين مجموعة من خلايا النقل في عامي ٢٠٠٣ و ٢٠١٣ م

Q _i	4	3	2	1	2013	Q ₀	4	3	2	1	2003
36.75					1	21	1	9	5	6	1
31.5					2	18	6	4	5	3	2
54.25					3	31	7	8	9	7	3
42					4	24	8	5	6	5	4
164.5	38.5	45.5	43.75	36.75	Z _j	94	22	26	25	21	Z _{j0}
معامل حساسية المقارنة					1						
							4	3	2	1	W _{ij}
							4	3	2	1	1
							1	2	3	4	2
							3	2	3	2	3
							1	4	3	2	4

أولاً: احسب توزيع الرحلات من ١ الى ١ و ٣ لعام ٢٠١٣ باستخدام طريقة الجاذبية

ثانياً: احسب توزيع الرحلات من ١ الى ١ و ٣ لعام ٢٠٠٣ باستخدام النمو المتوسط

علماً أن الرحلات مقدرة بالآلاف

الحل من سلم التصحيح

			عدد الرحلات لعام ٢٠٠٣ بطريقة معامل النمو المتوسط					
f _j	f _i		Q ₀	4	3	2	1	2003
1.75	1.75	1	21857.881	2214.43	4335.76	6521.44	8786.25	1
1.75	1.75	2	18603.114	7513.97	5528.23	3696.85	1864.07	2
1.75	1.75	3	29626.173	4876.08	10518	7006.01	7226.07	3
1.75	1.75	4	26383.536	12246.9	3727.89	5065.89	5342.82	4
			96470.704	26851.4	24109.9	22290.2	23219.2	Z _{j0}

دورة عملي

المسألة الثانية :

لدينا مصفوفة الرحلات التالية لعام 2010 و لعام 2020 والمطلوب :

- 1- احسب توزع الرحلات من الخلية 1 كمصدر الى 3 كهدف باستخدام طريقة فراير لعام 2020 .
- 2- احسب توزع الرحلات من الخلية 3 كمصدر الى 3 كهدف باستخدام طريقة الجاذبية .

2010	1	2	3	Q_{i0}	2020	1	2	3	Q_i
1	5	7	8	20	1	6.5	19	16.5	42
2				15	2				3
3	10	9	6	25	3				55
Z_{j0}	20	16	19	55	Z_i	24	40	36	100

W_{ij}	1	2	3
1	1	2	3
2	3	1	2
3	3	2	1

دورة عملي

المسألة الثالثة :

لدينا مصفوفة الرحلات التالية لعام 2005 و لعام 2015 و مصفوفة المقاومة التالية والمطلوب :

- 1- احسب توزع الرحلات من الخلية 1 الى باقي الخلايا باستخدام طريقة الجاذبية لعام 2015 .
- 2- احسب توزع الرحلات من الخلية 1 الى باقي الخلايا باستخدام معمل النمو المنتظم وتلك لعام 2005 .

2

2005	1	2	3	Q_{i0}	2015	1	2	3	Q_i
1				21	1				31
2				18	2				27
3				33	3				50
Z_{j0}	21	25	26	72	Z_i	32	37	39	108

W_{ij}	1	2	3
1	2	3	1
2	1	2	3
3	1	3	2

الحل

الجدول:

K	1	2	3
1	0.0128	0.0198	0.0151
2	0.0133	0.0202	0.0156
3	0.0132	0.0202	0.0155

عدد الرحلات لعام 2015 بطريقة الجاذبية				
2015	1	2	3	Q_i
1	6.36	7.56	18.28	32.201
2	11.47	10.10	5.46	27.037
3	21.18	12.44	15.14	48.762
Z_i	39.019	30.102	38.879	108.000

عدد الرحلات لعام 2005 بطريقة معامل النمو المنتظم				
2005	1	2	3	Q_i
1	4.24	5.04	12.19	21.467
2	7.65	6.73	3.64	18.025
3	14.12	8.30	10.09	32.508
Z_i	26.013	20.068	25.919	72.000

دورة عملي

المسألة الثالثة: (6/10)

لدينا مصفوفة الرحلات التالية لعام 2005 و لعام 2015 و مصفوفة المقاومة التالية والمطلوب:

- احسب توزيع الرحلات من الخلية 1 الى باقي الخلايا باستخدام طريقة الجاذبية لعام 2015 .
- احسب توزيع الرحلات من الخلية 1 الى باقي الخلايا للعام 2005 باستخدام النتائج من الطلب السابق ومقلوب معامل النمو المنتظم.

W_{ij}	1	2	3
1	2	3	1
2	1	2	3
3	1	3	2

2005	1	2	3	Q_{i0}
1	4	5	12	21
2	8	7	4	18
3	14	8	10	33
Z_{j0}	21	25	26	72

2015	1	2	3	Q_i
1	6.36	7.56	18.28	32.201
2	11.47	10.10	5.46	27.037
3	21.18	12.44	15.14	48.762
Z_i	32	37	39	108