المربع اللاتيني Latin Square Design

لقد أصبح من المعروف لدينا أن هناك عدة عوامل تؤثر على دقة التجربة وتتحكم بها، كما أوضحنا فيما مضى الدور الهام للقطاعات في التجربة الحقلية حيث أنها ترفع من كفاءة التجربة وتؤدي إلى تقليل الاختلافات الناتجة عن عدم تجانس التربة وبالتالي زيادة دقة التجربة، هذا ويمكن زيادة دقة التجربة أيضاً بتقسيم الوحدات التجريبية إلى مجموعات في اتجاهين متعامدين أي استعمال نوعين من القطاعات النوع الأول نطلق عليه الصفوف Rows والنوع الثاني نطلق عليه الأعمدة Columns.

لقد لاحظنا في تصميم القطاعات العشوائية الكاملة أنه يتم توزيع المعاملات على الوحدات التجريبية في القطاعات الكاملة بحيث يتم ظهور كل معاملة مرة واحدة في كل قطاع أو مكرر بينما في هذا التصميم أي المربع اللاتيني يتم ظهور كل معاملة بشكل مزدوج أي أن كل معاملة تظهر مرة في كل صف ومرة في كل عمود، بناءً على ذلك فإن أهم ما يميز تصميم المربع اللاتيني هو أنه يتساوى عدد المعاملات t مع عدد الصفوف R مع عدد الأعمدة C ويكون بذلك عدد الوحدات التجريبية N مساوٍ إلى مربع عدد المعاملات أو المكررات.

يُستخدم هذا التصميم عادةً في التجارب الحقلية للتخلص من تأثير اختلاف خصوبة التربة في اتجاهين وذلك من خلال إزالة الفروق بين الصفوف والأعمدة من قيمة الخطأ التجريبي، والجدير بالذكر أنه يجب أن يُراعى عند تصميم التجربة بهذا التصميم أن يكون شكل القطع التجريبية على شكل مربع يتساوى فيه عدد الأسطر مع الأعمدة.

أهم ميزات المربع اللاتيني:

1- يُعتبر أكثر كفاءة من تصميم القطاعات العشوائية للتجارب الحقلية لأنه يعزل تأثير العوامل المرافقة في اتجاهين اثنين.

2- سهل التحليل الإحصائي والتقويم.

3- يُمكن إيجاد قيمة القطعة المفقودة.

الانتقادات التي توجه إلى هذا التصميم قليلة جداً ويمكن أن نذكر على سبيل المثال أنه في حال زيادة عدد المكررات عن 10 مكررات فإنه يتعذر استخدام تصميم المربع اللاتيني نظراً لارتفاع عدد الوحدات التجريبية المطلوبة وبالتالي ازدياد احتمال عدم التجانس وظهور اختلافات أكبر فيما بين الوحدات التجريبية، هذا الإشكال يُطلق عليه ضعف المرونة بالنسبة للتصميم.

شروط التصميم:

1- يجب أن يكون عدد المعاملات متساوياً مع عدد الأسطر وعدد الأعمدة
2- يجب أن تظهر كل معاملة من المعاملات مرة واحدة فقط ضمن كل صف وكل عمود في التجربة
3- يجب توزيع المعاملات بشكل عشوائي ضمن الصفوف والأعمدة في التجربة.

النموذج الرياضي للتصميم:

$$Y_{ij}= \mu+ T_i+ R_j+ C+ e_{ij}$$

حيث:

Y_{ij}: القيمة الإحصائية للوحدة التجريبية في التجربة

μ: المتوسط الحسابي العام للتجربة

T_i: تأثير المعاملات

R_j: تأثير القطاعات (الأسطر)

C: تأثير الأعمدة

e_{ij}: تأثير الخطأ

تحليل التباين:

يتشابه تحليل التباين للتجربة المصممة باستخدام تصميم المربع اللاتيني إلى حد كبير مع مثيلتها المصممة باستخدام تصميم القطاعات الكاملة عدا بعض التعديلات البسيطة التي سنذكرها فيما يلي:

1- حساب معامل التصحيح:

$$CF= G^2/ N$$

حيث G المجموع الكلي للقيم الناتجة لكل المفردات في التجربة، N عدد القطع التجريبية في التجربة= t*r

2- حساب مجموع مربعات الانحرافات الكلية SST:

$$SST= \sum Y_{ij}^2 – CF$$

والمقصود ب Y_{ij}^2 مربع كل قيمة ظهرت في التجربة

3- حساب مجموع مربعات الانحرافات بين المعاملات:

$$SS_t= \sum T_i^2/ r – CF$$

T_i^2/ r: مربع مجموع كل معاملة على حدة مقسوم على تكرار هذه المعاملة.

4- حساب مجموع مربعات الانحرافات للقطاعات SSR:

$$SSR= \sum R_i^2/ t – CF$$

حيث R_i^2 مربع مجموع القطاعات

5- مجموع مربعات الانحرافات للأعمدة:

$$SSC= \sum C_i^2/ r – CF$$

حيث C_i^2 مربع مجموع العمود

6- حساب مجموع مربعات الانحرافات "الخطأ التجريبي":

$$SSE= SST- SS_t- SSR- SSC$$

7- متوسط مربعات الخطأ MSe:

$$MSe= SSE / r^2 -3r+2$$

8- متوسط مربعات المعاملات MSt:

$$MSt= SSt\backslash t-1$$

9- متوسط مربعات القطاعات MSR:

$$MSR= SSR/ r-1$$

10- متوسط مربعات الأعمدة MSC:

$$MSC= SSC/ r-1$$

11- حساب قيمة F:

$$F= MSt\backslash Mse$$

$$F= MSR\backslash Mse$$

$$F= MSC/ Mse$$

جدول ANOVA:

مصادر التباين	درجات d.f الحرية	S.S	M.S	F
المعاملات	t-1	$= \sum T_i^2 / r - CF$	$= SSt \backslash t-1$	$F = MSt \backslash Mse$ $F = MSR \backslash Mse$ $F = MSC / Mse$
الأسطر	r-1	$= \sum R_i^2 / t - CF$	$= SSR / r-1$	
الأعمدة	r-1	$= \sum C_i^2 / r - CF$	$= SSC / r-1$	
الخطأ التجريبي	$r^2 -3r+2$	$= SSE / r^2 -3r+2$	$= SST - SS_t - SSR - SSC$	
الكلي	t*r-1	$= \sum Y_{ij}^2 - CF$		

مثال: أُجريت تجربة بتصميم المربع اللاتيني على محصول البطاطا لمقارنة أربعة أصناف من حيث الغلة باستخدام أربعة مكررات وحصلنا على النتائج الأولية التالية:

	C1	C2	C3	C4	$\sum R \downarrow$
R1	A 4	B 3	C 4	D 1	**12**
R2	B 5	C 2	D 3	A 6	**16**
R3	C 4	D 2	A 5	B 5	**16**
R4	D 6	A 6	B 3	C 4	**19**
$\sum C \rightarrow$	**19**	**13**	**15**	**16**	**63**

الحل:

1- نقوم بحساب معامل التصحيح:

$$CF= G^2/ N = (63)^2 / 4*4 = 248.06$$

2- حساب مجموع مربعات الانحرافات الكلية SST:

$$SST= \sum Y_{ij}^2 – CF= 283– 248.06= 34.94$$

3- حساب مجموع مربعات الانحرافات بين المعاملات:

	مجاميع المعاملات
A	21
B	16
C	14
D	12

$$SS_t= \sum T_i^2/ r - CF= 259.25– 248.06= 11.19$$

4− حساب مجموع مربعات الانحرافات للقطاعات SSR:

$$SSR= \sum Ri^2 / t - CF= 254.25 -248.06= 6.19$$

5− مجموع مربعات الانحرافات للأعمدة:

$$SSC= \sum C_i^2 / r - CF= 252.75- 248.06= 4.69$$

6− حساب مجموع مربعات الانحرافات للخطأ التجريبي:

$$SSE= SST- SS_t- SSR- SSC = 12.87$$

من النتائج السابقة نقوم بحساب متوسطات مربعات كل من المعاملات والقطاعات والأعمدة والخطأ كما يلي:

-12 متوسط مربعات الخطأ MSe:

$$MSe= SSE / r^2 -3r+2= 2.145$$

-13 متوسط مربعات المعاملات MSt:

$$MSt= SSt \backslash t-1 = 3.73$$

-14 متوسط مربعات القطاعات MSR:

$$MSR= SSR/ r-1= 2.06$$

-15 متوسط مربعات الأعمدة MSC:

$$MSC= SSC/ r-1= 1.56$$

-16 حساب قيمة F:

$$F= MSt \backslash Mse= 1.74$$

F= MSR\ Mse= 0.96

F= MSC/ Mse= 0.73

جدول ANOVA:

مصادر التباين	درجات d.f الحرية	S.S	M.S	F
المعاملات	3	11.19	3.73	F= 1.74
الأسطر	3	6.19	2.06	F= 0.96
الأعمدة	3	4.69	1.56	F= 0.73
الخطأ التجريبي	6	12.87	2.145	
الكلي	15	34.94		

ملاحظة: المقارنة بين F المحسوبة و f الجدولية:

إذا كانت F المحسوبة > F الجدولية عند مستويي المعنوية 1% و5% عندئذٍ نقول أنه توجد فروق معنوية بين المعاملات، أما إذا كانت F المحسوبة < F الجدولية فلا توجد فروق معنوية بين المعاملات.