خطوط التكاليف المتساوية Isocosts:

يرتبط أي توافق بين عنصري الإنتاج بتكلفة معينة تمثل التكلفة المتغيرة فلو فرضنا العنصران هما X_1 و X_2 تكون التكلفة

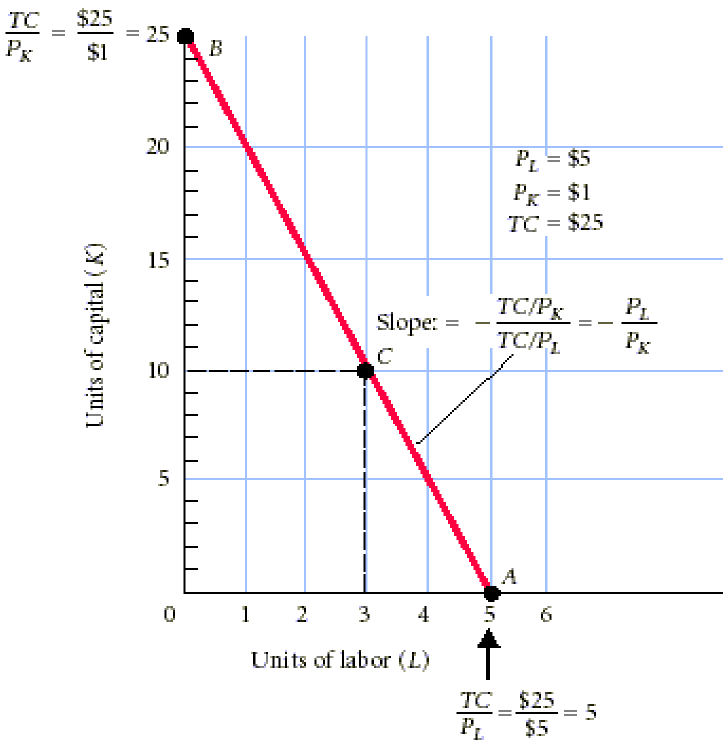
$$TVC= P_{x1} .X_1+ P_{x2} .X_2$$

يُعرّف خط التكاليف المتساوي بأنه المحل الهندسي لنقاط تمثل توافقات مختلفة من X_1 و X_2 ينتج عن تلك التوافقات التكلفة ذاتها.

بيانياً: إذا فرضنا أن كامل التكاليف خصصت لشراء $X_1 \longrightarrow X_2=0 \longrightarrow X_1= TVC/ P_{X1}$ نرمز لها بالنقطة A

إذا فرضنا أن كامل التكاليف خصصت لشراء $X_2 \longrightarrow X_1=0 \longrightarrow X_2= TVC/ P_{X2}$ نرمز لها بالنقطة B

نصل A,B فنحصل على خط التكاليف المتساوي.

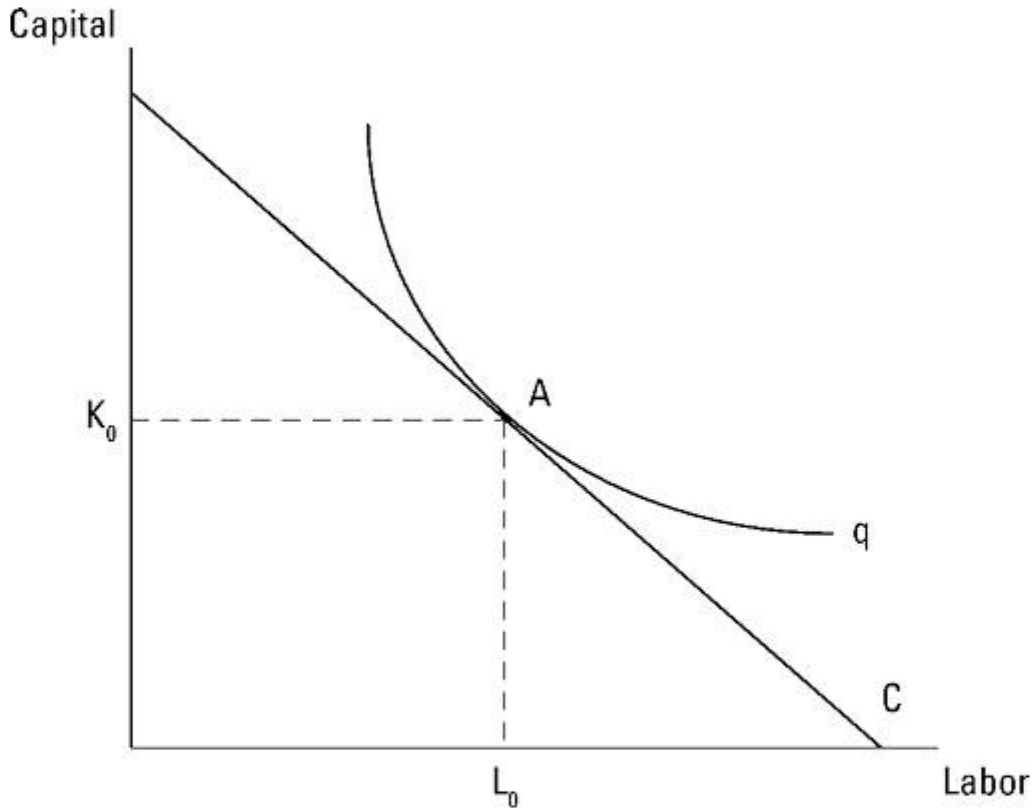


معيار التكلفة الدنيا The Least Cost Criterion: مفهوم التكلفة الدنيا يعني تحديد التوافق الوحيد لعنصري الإنتاج من بين جميع التوافقات الممكنة التي تعطي نفس الإنتاج، بحيث يعطي هذا التوافق نفس مستوى الإنتاج بأقل تكلفة.

وتتحقق التكلفة الدنيا من إنتاج مستوى معين من Y وباستخدام X_1 X_2 عندما تتساوى نسبة المعدلات الحدية للإنتاج لعاملي الإنتاج مع نسبة أسعارهما أي أن:

$$\frac{MPP_1}{MPP_2} = \frac{P_{X1}}{P_{X2}}$$

بيانياً: عندما يتساوى ميل منحنى الإنتاج المتساوي مع ميل خط التكاليف المتساوي.



معيار الربح الأعظمي: تعطى معادلة الربح لإنتاج Y وعاملين من عوامل الإنتاج X_1 X_2 كالآتي:

$\Pi = TR - TC$

$\Pi = P_Y . Y - (TVC + TFC)$

$\Pi = P_Y . Y - (P_{X1} X_1 + P_{X2} X_2 + TFC)$

$= P_Y . Y - P_{X1} X_1 - P_{X2} X_2 - TFC$

أعظمية الربح تتحقق عندما:

$\frac{\partial \pi}{\partial X1} = 0$

$P_Y \frac{\partial Y}{\partial X_1} - P_{X1} = 0 \longrightarrow P_Y . MPP_{X1} = P_{X1} \longrightarrow \boxed{\mathbf{VMP_{X1} = P_{X1}}}$

$\boxed{\text{أو: } \mathbf{MPP_{X1} = P_{X1} / P_Y}}$

$$\frac{\partial \pi}{\partial X2}=0$$

$$P_Y \frac{\partial Y}{\partial X_2} - P_{X2}= 0 \longrightarrow P_Y . MPP_{X2}= P_{X2}$$

$$\boxed{\mathbf{VMP_{X2}= P_{X2}}}$$

$$\boxed{\text{أو:}\quad \mathbf{MPP_{X2} = P_{X2}/ P_Y}}$$

مثال: لديك التابع الإنتاجي الآتي الخاص بإحدى المنشآت الزراعية $Y= X_1X_2^2$

المطلوب: إيجاد التوافق الذي يؤدي إلى التكلفة الدنيا لإنتاج 8 وحدات من Y إذا علمت أن $P_{X2}= 10$، $P_{X1}=4$.

الحل: تتحقق التكلفة الدنيا عندما:

$$\frac{\boldsymbol{MPP_1}}{\boldsymbol{MPP_2}}=\frac{\boldsymbol{P_{X1}}}{\boldsymbol{P_{X2}}}$$

$$MPP_1=\frac{\partial Y}{\partial X_1}= X_2^2$$

$$MPP_2=\frac{\partial Y}{\partial X_2}= 2X_1X_2$$

$$\frac{P_{X1}}{P_{X2}}=\frac{4}{10}=\frac{2}{5}$$

$$\frac{\mathbf{X_2^2}}{\mathbf{2X1\ X2}}=\frac{\mathbf{2}}{\mathbf{5}}$$

$$4X_1X_2= 5X_2^2 \qquad \div X_2$$

$$4X_1= 5X_2$$

$$\mathbf{X_1=\frac{5}{4}\, \boldsymbol{X_2}} \qquad \mathbf{(1)}$$

$$Y=(\frac{5}{4}\, X_2).\, X_2^2$$

$$8=\frac{\mathbf{5}}{\mathbf{4}}\, X_2^3$$

$X_2^{\frac{3}{2}} = \frac{32}{5} = 6.4 \longrightarrow \mathbf{X_2 = 1.9}$

نعوض في 1:

$\mathbf{X_1 = 2.3}$

مثال 2: إذا كان لديك تابع إنتاج القمح يُعطى بالعلاقة: $Y = X_1 X_2^2$

المطلوب: تحديد عدد الوحدات من الإنتاج Y الذي يمكّن صاحب المزرعة من تحقيق الربح الأعظمي علماً أن $P_{X2} = 7$ ،$P_{X1} = 10$ ،$P_Y = 25$

يتحقق الربح الأعظمي عندما:

$$VMP_{X1} = P_{X1}$$
$$VMP_{X2} = P_{X2}$$

$VMP_{X1} = P_{X1}$

$MPP_{X1}.\ P_Y = P_{X1}$

$X_2^2.25 = 10 \longrightarrow X_2^2 = \frac{10}{25}$

$X_2 = 0.63$

$VMP_{X2} = P_{X2}$

$MPP_{X2}.\ P_Y = P_{X2}$

$2X_1X_2.\ 25 = 7$

$X_1 = \frac{7}{50\ X2}$

$Y = \frac{7}{50\ X2}.\ X_2$

$Y = \frac{7}{50 * 0.63}.\ (0.63)^2$

$\mathbf{Y = 0.08}$