إيرادات الإنتاج وتعظيم الربح

Revenues of Production& Profit Maximization

إيرادات الإنتاج Revenues of Production:

إن إيرادات الإنتاج هي قيمة ما يحصل عليه المشروع نتيجة بيع منتجاته في السوق أي أنها تمثل قيمة المبيعات.

نميز ثلاثة أنواع من الإيراد:

1- الإيراد الكلي Total Revenue: إجمالي قيمة ما يحصل عليه المشروع نتيجة لبيعه كمية معينة من السلعة المنتجة

الإيراد= السعر × عدد الوحدات المباعة

$$TR= P_Y . Y$$

2- الإيراد المتوسط Average Revenue: الإيراد الكلي/ عدد الوحدات المباعة.

$$AR= \frac{TR}{Y}= \frac{PY.Y}{Y}$$

$$AR= P_Y$$

يمثل السعر الذي يبيع المشروع بموجبه الوحدة الواحدة من الإنتاج في السوق

3- الإيراد الحدي Marginal Revenue: مقدار التغير في الإيراد الكلي الناتج لتغير الكمية المنتجة بوحدة واحدة.

$$MR= \frac{\partial TR}{\partial Y}$$

مثال: بافتراض سعر بيع كيلو غرام الحليب في مزرعة $P_Y=5$، وسعر كغ علف الأبقار $P_X=2$، التكاليف الثابتة 50 عند كل مستوى إنتاج.

احسب كل من الإيراد الكلي، التكاليف الكلية، الربح.

X	(TPP) Y	TR	$TVC=P_X.x$	TFC	TC= TVC+ TFC	Π= TR-TC
1	10	50	2	50	52	2−
2	30	150	4	50	54	96
3	60	300	6	50	56	244
4	80	400	8	50	58	342
5	90	450	10	50	60	390
6	96	480	12	50	62	418
7	98	490	14	50	64	426
8	96	480	16	50	66	414

تعظيم أرباح المنتج في المدى القصير:

هناك طريقتان لتحقيق هدف المنشأة هما:

1- تحديد الحجم الأمثل للموارد X

2- تحديد الحجم الأمثل للإنتاج Y

بالنظر إلى الطريقتين سنجدهما وجهين لعملة واحدة، إذ عند تحديد مستوى الإنتاج المعظم للربح نستطيع مباشرةً تحديد كمية الموارد المعظمة لهذا الربح.

تعظيم الأرباح بتحديد الحجم الأمثل للموارد:

عادةً ما يطلق على كمية الموارد x المعظمة للربح بالكمية المثلى Optimum Amount of Input وتعرف الكمية المثلى من مورد معين بأنها "تلك الكمية التي تعظم الربح في المدى القصير من خلال الإنتاج"، وعندما تتحدد تلك الكمية المثلى من المورد المتغير في المدى القصير فإن الطريقة الوحيد التي تزيد من الربح بعد ذلك هي عن طريق تغيير التقنية أو من خلال تغير واحد أو أكثر من الموارد الثابتة والمؤثرة في العملية الإنتاجية كالآلات والأرض مثلاً.

تحديد الكمية المثلى من العامل الإنتاجي (المورد X) باستخدام المعيار الكلي:

يقصد بالمعيار الكلي هنا الإيرادات الكلية والتكاليف الكلية حيث تعظم الأرباح عندما يعظم الفرق بين الإيرادات الكلية TR والتكاليف الكلية TC.

حيث أن: الربح (صافي الإيراد)= (الإيراد الكلي- التكاليف الكلية)= (قيمة الناتج- التكاليف الكلية)

$$\Pi = TR - TC$$

$$\Pi = P_Y.Y - (TVC + TFC)$$

TVC عبارة عن كمية المورد مضروبة في سعر الوحدة من المورد ($TVC = P_X.X$):

$$\Pi = P_Y.Y - P_X.X - TFC$$

جدير بالذكر هنا أن كمية المورد المعظمة للربح قد لا يتحقق عندها أقصى ناتج ممكن، أي بمعنى آخر أن كمية الناتج المعظمة للربح ليست هي بالضرورة أقصى ناتج ممكن.

تحديد الحجم الأمثل للموارد باستخدام المعيار الحدي:

يقصد بالمعيار الحدي Marginal Criteria استخدام القاعدة الحدية لمعظمة الأرباح والتي تشير إلى أنه: يتم استخدام وحدات متتالية من المورد X حتى تتساوى قيمة الناتج الحدي للمورد Value Marginal Product مع سعر الوحدة من هذا المورد P_X ويعبر عن ذلك رياضياً كما يلي:

(مفهوم قيمة الإنتاج الكلي Total Value Production هو نفسه مفهوم الإيراد الكلي Total Revenue):

$\Pi = TR - TC$

$\Pi = TVP - TC$

$\Pi = P_Y.Y - (TVC + TFC)$

$\Pi = P_Y.Y - P_X.X - TFC$

ويتحقق الربح الأعظمي بالنسبة لاستخدام X عندما يتحقق:

$\frac{\partial \pi}{\partial X}=0$

$P_Y.\frac{\partial Y}{\partial X} - P_X.\frac{\partial X}{\partial X}=0$

$P_Y.MPP - P_X=0$

$VMP - P_X=0$

$VMP = P_X$

وهذا يعني المساواة بين قيمة الإنتاج الحدي مع سعر وحدة عامل الإنتاج.

(تشير P_X, P_Y إلى سعر الوحدة من الناتج وسعر الوحدة من المورد المتغير على الترتيب، VMP قيمة الناتج الحدي للمورد).

مثال: إذا كان تابع الإنتاج يعطى بالعلاقة $Y= X^{1/2}$

وكان $P_X= 2$ ،$P_Y= 4$

المطلوب: حساب القيمة المثلى للعامل X عندما يتحقق الربح الأعظمي.

نطبق مبدأ الربح الأعظمي من جانب عامل الإنتاج

$VMP= P_X$

$P_Y. MPP= P_X$

$4(1/2\ X^{-1/2})=2$

$\frac{2}{\sqrt{X}}=2$

$\sqrt{X}= 1 \longrightarrow X=1$

مثال: تابع الإنتاج لمزرعة تسمين الأغنام يعطى بالعلاقة: $TPP= 0.5X- 0.1X^2$

1- احسب APP, MPP, EP

2- إذا علمت أن $P_Y= 10$ ،$P_X= 4$ احسب القيمة المثلى للعامل X (كمية الفيتامين المقدمة للحيوان) عندما يتحقق الربح الأعظمي.

3- احسب قيمة EP، واستنتج مرحلة الإنتاج؟

الحل:

1) $APP= TPP/X = 0.5X- 0.1X^2/ X = 0.5- 0.1X$

$MPP= \frac{\partial TPP}{\partial X} = 0.5- 0.2X$

$EP= MPP/APP = 0.5- 0.2X/ 0.5-0.1X$

2) $VMP= P_X$

$P_Y. MPP= P_X$

$10 (0.5- 0.2X)= 4$

$5-2X= 4$

$2X=1$

$X= 1/2$

3) $EP= 0.5 -0.2X/ 0.5- 0.1X$
$EP= 0.88$
$0<EP<1$

الإنتاج في المرحلة الثانية

تحديد الكمية المثلى للإنتاج Y:

من قانون الربح:

إما: $\Pi= TR- TC$

نشتق بالنسبة للإنتاج Y ونساوي بالصفر:

$$\frac{\partial \pi}{\partial y} = 0$$

$$\frac{\partial TR}{\partial Y} - \frac{\partial TC}{\partial Y} =0$$

$MR- MC=0$

$MR= MC$

أو:

$\Pi= TR- TC$

$=P_Y.Y- P_X.X- TFC$

نشتق بالنسبة للإنتاج Y ونساوي بالصفر:

$\frac{\partial \pi}{\partial y} = P_Y - P_X . \frac{\partial X}{\partial Y} = 0$

ولكن:

$\frac{\partial X}{\partial Y} = \frac{1}{MPP}$

$P_Y - \frac{Px}{MPP} = 0$

$P_Y = \frac{Px}{MPP} \longrightarrow P_Y = \frac{Px}{\frac{\partial Y}{\partial X}} \longrightarrow P_Y = Px . \frac{\partial X}{\partial Y} = \frac{\partial TVC}{\partial Y}$

$\frac{\partial TVC}{\partial Y} = MC$ ولكن:

$\longrightarrow P_Y = MC$

أي عند حجم الإنتاج الأمثل: $MC = MR = P_Y$

مثال: إذا علمت أن تابع الإيراد الكلي لمزرعة يعطى بالعلاقة $TR = 10Y + 4Y^2 - 0.1Y^3$، والإنتاج Y بقيمته المثلى عند هذا المستوى ويساوي 15، احسب MC.

عند القيمة المثلى للإنتاج يتحقق: $MC = MR = P_Y$

$MR = \frac{\partial TR}{\partial Y}$

$MR = 10 + 8Y - 0.3Y^2$

$MR = 130 - 67.5 = 62.5 = MC$