مقاييس التشتت

Measure of Dispersion

مقاييس التشتت مقاييس عدديّة تُستخدم لقياس اختلاف أو تشتت البيانات وكذلك لمقارنة مجموعات البيانات المختلفة، وتشتت مجموعة من البيانات هو مقدار تفرّق أو تباعد البيانات فيما بينها.

من أشهر مقاييس التشتت:

- المدى Range
- التباين Variance
- الانحراف المعياري Standard Deviation
- معامل الاختلاف Coefficient of Variation
- الخطأ القياسي Standard Error

1- **<u>المدى Range</u>:** يعتبر المدى أسهل مقاييس التشتت تعريفاً وحساباً ويُعطينا فكرة سريعة عن مدى تفرّق البيانات.

ويساوي: الفرق بين الحد الأعلى والحد الأدنى للعينة في حال البيانات غير المبوبة، وفي حالة البيانات المبوبة يكون المدى يساوي الفرق بين الحد الأعلى للفئة الأخيرة والحد الأدنى للفئة الأولى.

$$Range = X_{max} - X_{min}$$

مثال: أوجد المدى للبيانات الآتية: 50- 55- 35- 45- 40- 30- 25

$$Range = 55 - 25 = 30$$

المدى للبيانات المبوبة:

حدود الفئات
12-16
16- 20
20-24
24-28
28-32
32-36

Range= 36− 12 =24

2− **التباين والانحراف المعياري**: يُعتبر التباين مع الانحراف المعياري من أهم وأفضل مقاييس التشتت ومن أكثرها شيوعاً، وتعتمد فكرة التباين على تشتت أو تباعد البيانات عن متوسطها، ويساوي متوسط مربع انحرافات القيم عن المتوسط الحسابي ويُرمز له S^2، أما الانحراف المعياري فهو الجذر التربيعي للتباين ويرمز لهS.

أ− البيانات غير المبوبة: إذا كانت $x_1, x_2, \ldots\ldots x_n$ عينة حجمها n وكان متوسطها هو $\bar{x}$ فإن:

$$S^2 = \frac{(x_1-\bar{x})^2+(x_2-\bar{x})^2+\ldots\ldots(x_n-\bar{x})^2}{(n-1)} = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2}{n-1}$$

أو:

$$S^2=\frac{1}{n-1}\left(\sum x_i^2-\frac{(\sum x_i)^2}{n}\right)$$

مثال: إذا كانت لديك البيانات الآتية 6− 13− 8− 9− 5− 7 أوجد كل من التباين والانحراف المعياري.

X_i	X_i^2
7	49
5	25
9	81
8	64
13	169
6	36
∑= 48	∑= 424

N عدد أفراد العينة= 6

$$S^2 = \frac{1}{5}\left(424 - \frac{(48)^2}{6}\right) = 8$$

$$S = 2\sqrt{2}$$

<u>للبيانات المبوبة</u>: إذا كان لدينا بيانات عددها n وكانت هذه البيانات في جدول تكراري يكون التباين يساوي:

$$S^2 = \frac{1}{n-1}\left(\sum x_i^2 . f_i - \frac{(\sum xi . fi)^2}{n}\right)$$

أو:

$$S^2 = \frac{\sum (xi - \bar{x})^2 . fi}{\sum fi}$$

مثال:

فئات الإنتاج	32-34	34-36	36-38	38-40	40−42	42-44
عدد الأبقار	4	7	13	10	5	1

الحل: نقوم بحساب المتوسط الحسابي من ثمّ نقوم بحساب $(x_i - \bar{x})$ لكل فئة وهي مركز الفئة – المتوسط ومن ثم نربع القيم ونقوم بضربها بتكرار الفئات:

فئات الإنتاج	التكرارات f_i	مراكز الفئات x_i	$x_i . f_i$	$(x_i - \bar{x})$	$(x_i - \bar{x})^2$	$(x_i - \bar{x})^2 . f_i$
32-34	**4**	33	132	-4.4	19.36	77.44
34-36	**7**	35	245	-2.4	5.76	40.32
36-38	**13**	37	481	-0.4	0.16	2.08
38-40	**10**	39	390	1.6	2.56	25.6
40−42	**5**	41	205	3.6	12.96	64.8
42-44	**1**	43	43	5.6	31.36	31.36
$\sum$	**40**		**1496**		**72.16**	**241.6**

$$\bar{X}= \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i \cdot f_i}{\sum_{i=1}^{n} f_i}$$

$= 1496/ 40$

$= 37.4$

فالتباين يساوي:

$$S^2= \frac{\sum (xi- \bar{x})^2 . fi}{\sum fi}$$

$= 241.6/ 40$

$=6.04$

الانحراف المعياري: $S= \sqrt{s^2}$

$S= 2.5$

<u>معامل الاختلاف Coefficient of Variation:</u> أحد مقاييس التشتت النسبي، وهو مقياس عديم الوحدة ويستخدم لمقارنة التشتت أو الاختلاف لمجموعات البيانات المختلفة (ذات الوحدات المختلفة)، فمجموعة البيانات ذات معامل الاختلاف الأكبر يكون تشتتها النسبي أكبر أي أنها تكون أقل تجانساً وبالعكس.

ويعرف معامل الاختلاف للعينة التي متوسطها $\bar{x}$ وانحرافها المعياري s بالصيغة التالية:

$$C.V= \frac{S}{\bar{X}} \times 100$$

مثال: قارن بين العينتين التاليتين بواسطة معامل الاختلاف:

y	69	59	65	67	65
z	164	162	155	165	158

الحل:

$$C.V= \frac{S}{\bar{X}} \times 100$$

$$S^2= \frac{1}{n-1} \left(\sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{n}\right)$$

$$S_1^2 = \frac{1}{5-1}\left(21181 - \frac{(325^2)}{5}\right) = 14$$

$S_1 = 3.74$

$$S_2^2 = \frac{1}{5-1}\left(129354 - \frac{(804^2)}{5}\right) = 17.7$$

$S_2 = 4.21$

y (وزن)	**69**	**59**	**65**	**67**	**65**	**$\bar{x}$=65**	**S= 3.74**	**c.v= 5.8%**
z (طول)	164	162	155	165	158	$\bar{x}$ =160.8	S= 4.21	**c.v= 2.6%**

معامل الاختلاف للوزن أكبر من الطول فالتجانس بين بيانات الطول أكبر.

<u>الخطأ القياسي Standard Error</u>: يُستخدم هذا المقياس من أجل التعبير عن مدى التطابق بين متوسط العينة ومتوسط المجتمع المأخوذة منه، وكلما كان الخطأ القياسي أصغر للعينة كلما مان الفرق بين متوسط العينة ومتوسط المجتمع أقل، ويُعطى الخطأ القياسي بالعلاقة:

$$S\bar{X} = \frac{S}{\sqrt{n}}$$

مثال: احسب الخطأ القياسي للعينة السابقة التي عدد أفرادها 5 وانحرافها المعياري 3.74

$$S\bar{X} = \frac{S}{\sqrt{n}}$$

$$= \frac{3.74}{\sqrt{5}} \approx 1.7$$