الارتباط Correlation

يوفر تحليل الارتباط وسيلة للاستدلال على قوة العلاقة بين متغيرين أو أكثر، فالارتباط بين متغيرين مثلاً يعني أن التغيّر في أحدهما مرتبط بالتغيّر في المتغير الآخر أي أن الزيادة أو النقصان في قيم أحد المتغيرين يصاحبه زيادة أو نقصان في قيم المتغير الآخر، ويُحدد الارتباط قوة العلاقة وكذلك اتجاهها فقد يكون الارتباط قوياً أو ضعيفاً وقد يكون موجب الاتجاه (طردياً) أو سالب الاتجاه (عكسياً).

أمثلة عن حالات الارتباط في الزراعة:

1- زيادة المتغير الأول تؤدي إلى زيادة المتغير الثاني، بالتالي لدينا علاقة ارتباط طردية بين المتغيرين والارتباط موجب " زيادة كمية السماد المضافة تؤدي إلى زيادة الإنتاجية"
2- زيادة المتغير الأول يؤدي إلى نقصان المتغير الثاني فالعلاقة عكسية والارتباط سالب "زيادة الإصابة بالآفات الزراعية يؤدي إلى نقصان الإنتاجية"
3- نقصان المتغير الأول يؤدي إلى نقصان المتغير الثاني فالعلاقة طردية والارتباط الموجب "نقصان كمية البذار تؤدي إلى نقص الإنتاجية".
4- نقصان المتغير الأول يؤدي إلى زيادة المتغير الثاني فالعلاقة عكسية والارتباط سالب "نقصان تكاليف الإنتاج تؤدي إلى زيادة الربح".

الأمثلة السابقة جميعها تعبر عن الارتباط الخطي البسيط (بيرسون) ويعد أبسط أنواع الارتباط.

أنواع الارتباط:

يُقسم الارتباط إلى عدة أنواع وذلك بحسب نوع المتغيرات المراد قياس قوة العلاقة بينها، إذ هناك متغيرات كمية ومتغيرات أخرى نوعية.

1-مقاييس الارتباط للمتغيرات الكمية	2- مقاييس الارتباط للمتغيرات النوعية
أ- معامل الارتباط البسيط (بيرسون)	أ-معامل ارتباط الرتب (سبيرمان)
ب-معامل الارتباط المتعدد	ب-معامل الاقتران
ت-معامل الارتباط الجزئي	ت-معامل التوافق

<u>سنركز في دراستنا على معامل الارتباط الخطي البسيط (بيرسون):</u> وهو معامل ارتباط يُحدد مقدار أو حجم العلاقة واتجاهها بين متغيرين كميين اثنين، وذلك في الحالات التي تقتصر فيها الدراسة على متغيرين، مثال: كمية الإنتاج وكمية السماد المستخدمة.

ويكون لمعامل الارتباط R الخصائص الآتية:

أ- لا يصلح معامل الارتباط البسيط إلا في حالة العلاقات الخطية.

ب-قيمته تساوي الصفر عندما تكون الظاهرتان مستقلتان تماماً.

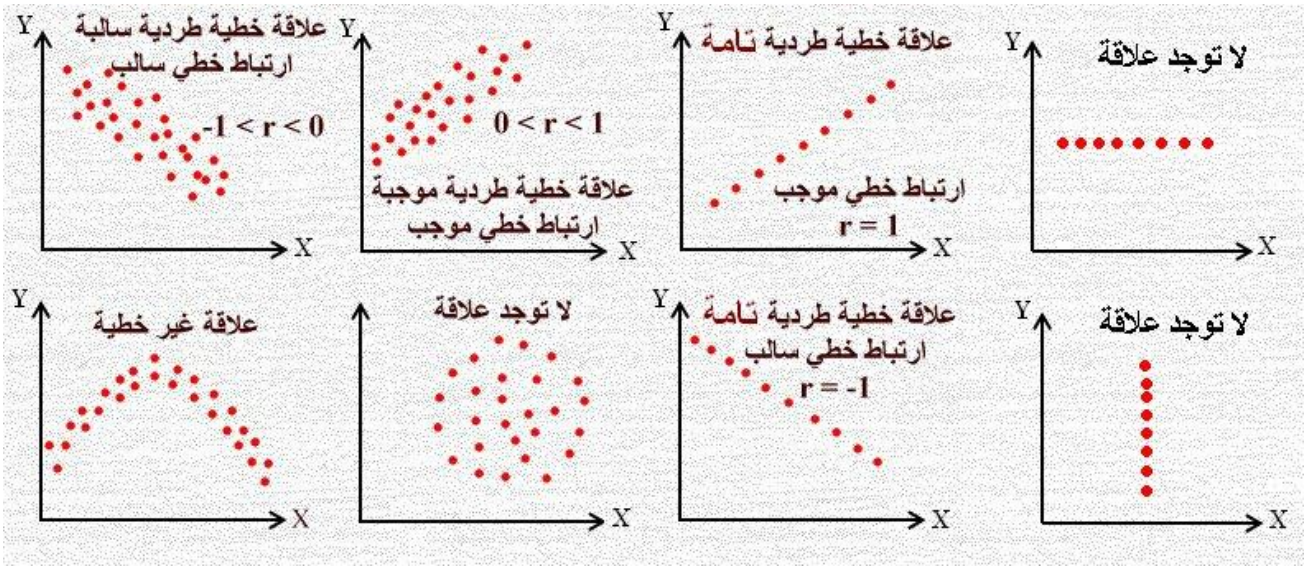
ت-قيمته موجبة عندما يكون الارتباط بين المتغيرين طردياً، ويكون قوياً عندما تكون قيمته قريبة من الواحد الصحيح، وضعيفاً عندما تكون قيمته قريبة من الصفر.

ث-قيمته سالبة عندما يكون الارتباط بين المتغيرين عكسياً، ويكون قوياً عندما تكون قيمته قريبة من ال-1 وضعيفاً عندما يكون قريباً من الصفر.

أي أن قيمته محصورة بين: $-1 \leq R \leq +1$

ويوضح الجدول الآتي وأشكال الانتشار قيم معامل الارتباط مع شدة قوتها:

قيمة معامل الارتباط	نوع علاقة الارتباط
+1	ارتباط طردي تام
من 0.70 إلى 0.99	ارتباط طردي قوي
من 0.50 إلى 0.69	ارتباط طردي متوسط
من 0.01 إلى 0.49	ارتباط طردي ضعيف
0	لا يوجد ارتباط



يُعطى معامل الارتباط بيرسون بالعلاقة:

$$R=\frac{\sum yx}{\sqrt{\sum x^2.\sum y^2}}$$

حيث:

$$\sum xy=\sum (X-\bar{X}).(Y-\bar{Y})$$

$$\sum x^2=\sum (X-\bar{X})^2$$

$$\sum y^2=\sum (Y-\bar{Y})^2$$

مثال: احسب معامل الارتباط بين كل من كمية الإنتاج وكمية السماد المضافة إذا توفرت لديك البيانات الآتية:

كمية السماد (كغ)X	الإنتاج (كغ)Y
30	500
20	450
35	700
40	650
36	540
27	440
50	670
10	290

الحل:

Y	X	$X_i - \bar{X}$	$Y_i - \bar{Y}$	$(X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})$	$(X_i - \bar{X})^2$	$(Y_i - \bar{Y})^2$
500	30	-1	-30	30	1	900
450	20	-11	-80	880	121	6400
700	35	4	170	680	16	28900
650	40	9	120	1080	81	14400
540	36	5	10	50	25	100
440	27	-4	-90	360	16	8100
670	50	19	140	2660	361	19600
290	10	-21	-240	5040	441	57600
$\bar{Y}$= 530	$\bar{X}$= 31			∑= 10780	∑= 1062	∑=136000

$$R= \frac{\sum yx}{\sqrt{\sum x^2 . \sum y^2}}$$

$$R= \frac{10780}{\sqrt{1062 * 136000}} \approx 0.90$$

الارتباط طردي قوي

ملاحظة: يفيدنا معامل الارتباط في حساب النسبة المئوية التي يؤثر بها أحد المتغيرين على الآخر وذلك عن طريق تربيع معامل الارتباط، ويرمز له ب R^2 ويسمى معامل التحديد حيث:

في مثالنا السابق مثلاً R= 0.90 ⟵ $R^2= (0.90)^2= 0.81$

أي أن 81% من أسباب زيادة كمية الإنتاج تعود إلى الزيادة في كمية السماد المستخدمة، 19% من أسباب الزيادة تعود إلى عوامل أخرى.

مثال 2: مثال: احسب معامل الارتباط ومعامل التحديد بين كل من كمية الإنتاج وكمية السماد المضافة إذا توفرت لديك البيانات الآتية:

الإنتاج	15	20	25	18	27	22	23
السماد	3	4	6	2	5	4	3

الإنتاج	السماد	$X_{i-}\ \bar{X}$	$Y_{i-}\ \bar{Y}$	$(X_{i-}\ \bar{X})(Y_{i-}\ \bar{Y})$	$(X_{i-}\ \bar{X})^2$	$(Y_{i-}\ \bar{Y})^2$
15	3	-0.86	-6.43	5.53	0.74	41.34
20	4	0.14	-1.43	-0.2	0.02	2.04
25	6	2.14	3.57	7.64	4.58	12.74
18	2	-1.86	-3.43	6.38	3.46	11.76
27	5	1.14	5.57	6.35	1.3	31.02
22	4	0.14	0.57	0.08	0.02	0.32
23	3	-0.86	1.57	-1.35	0.74	2.46
$\bar{Y}$=21.43	$\bar{X}$= 3.86			∑= 24.43	∑=10.86	∑= 101.68

$$R=\frac{\sum yx}{\sqrt{\sum x^2.\sum y^2}}$$

$$R=\frac{24.43}{\sqrt{10.86*101.68}}\approx 0.74$$

الارتباط طردي قوي

معامل التحديد: R^2= 55% أي أن 55% من أسباب زيادة كمية الإنتاج تعود إلى الزيادة في كمية السماد المستخدمة، و45% من أسباب الزيادة تعود إلى عوامل أخرى.

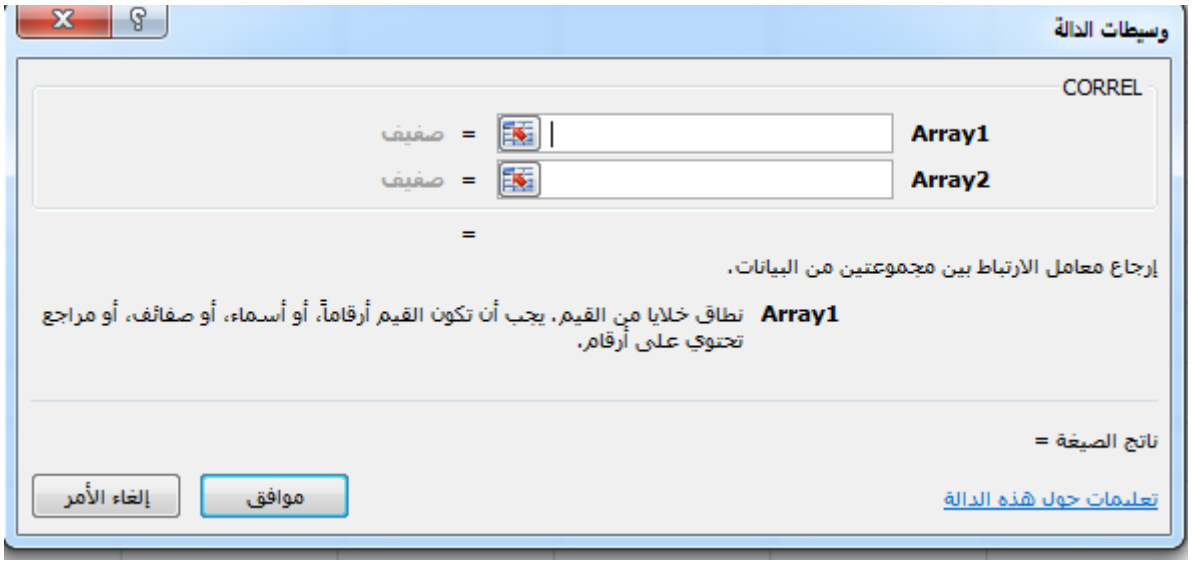
التطبيق على برنامج Excel:

- بعد إدخال البيانات في البرنامج كالتالي:

	A	B
1	السماد	الإنتاج
2	3	15
3	4	20
4	6	25
5	2	18
6	5	27
7	4	22
8	3	23

- انقر على الرمز (F_X) في شريط الصيغة، فيظهر لديك مربع حوار إدراج دالة.
- ضمن مربع حدد فئة قم باختيار (إحصاء)
- من القائمة تحديد دالة قم بتحديد الدالة Correl ثم اضغط موافق.

- سيظهر لديك مربع حوار (وسيطات الدالة/ Function Argument)

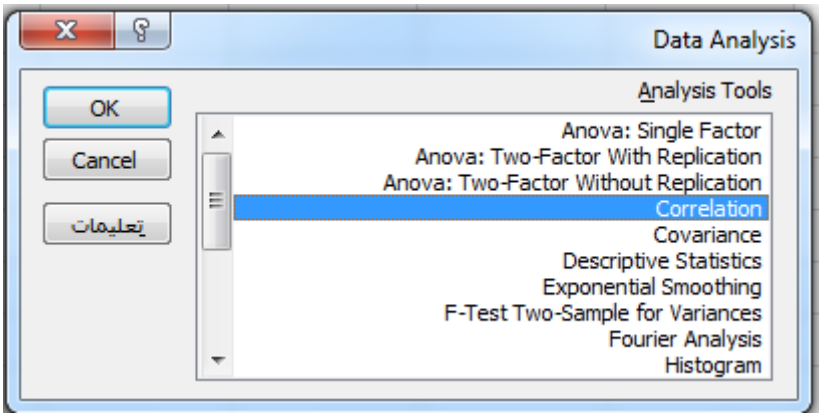


قم بتحديد النطاق الذي يحتوي على بيانات المتغير الأول (كمية الإنتاج) ضمن المربع Array 1، وتحديد نطاق الخلايا الذي يحتوي على بيانات المتغير الثاني (كمية السماد) ثم اضغط موافق.

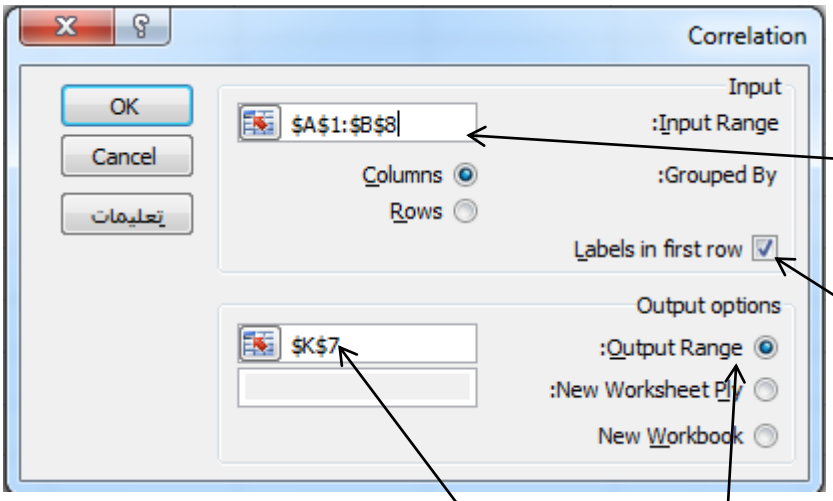
correl	0.735105

أو:

- من علامة التبويب بيانات نضغط على Data Analysis، فتظهر نافذة باسم Data Analysis تحتوي على عدد من طرق التحليل الإحصائي، نختار منها Correlation:



فيظهر مربع الحوار Correlation:



نحدد نطاق الخلايا الذي يحتوي على بيانات المتغيرين معاً مع أسماء المتغيرات

نقوم بتفعيل الخيار:

العناوين في الصف الأول

نقوم بتفعيل الخيار Output Range، ونحدد نطاق خلايا فارغ لإظهار نتيجة التحليل

نضغط ok فتظهر النتيجة الآتية:

	السماد	الإنتاج
السماد	1	
الإنتاج	0.7351	1

لحساب معامل التحديد R^2:

- نقوم بكتابة إشارة = في خلية فارغة من ثم نحدد الخلية التي تحتوي على قيمة معامل الارتباط
- نقوم بكتابة رمز (الأس) وذلك بالضغط على المفتاح Shift والرقم 6 في ذات الوقت حتى تظهر إشارة الأس ^
- نقوم بكتابة الرقم 2 (من أجل التربيع)
- نضغط Enter