

المقدمة السادسة

دراسة توزيع عنصري إنتاج أو أكثر

يفترض التحليل الاقتصادي أن مدير المزرعة يشتري عوامل الإنتاج ويبيع الإنتاج في سوق المنافسة الحرة. أي أن أسعار الإنتاج وعناصر الإنتاج تتحدد حسب ميكانيكية السوق (العرض والطلب).
الدالة الإنتاجية بمتغيرين:

$$Y = F(X_1, X_2, X_3, \dots, X_n) \quad \text{بما أن الشكل العام لدالة الإنتاج هو}$$

وبافتراض تثبيت جميع عناصر الإنتاج ماعدا عاملين متغيرين تصبح الدالة من الشكل:

$$Y = F(X_1, X_2)$$

حيث Y كمية الإنتاج و X_1, X_2 كميات عنصري الإنتاج. وكل توافق من عنصري الإنتاج يعطي مستوى معين من الإنتاج.

إذا كان لدينا التابع الإنتاجي التالي:

$$Y = 18 X_1 - X_1^2 + 14 X_2 - X_2^2$$

يمكن حساب الإنتاج حسب الدالة السابقة عند أي توافق من كميات عنصري الإنتاج. ونلاحظ أنه عندما:

$$X_1 = 0 \text{ و } X_2 = 0 \quad \text{فإن قيمة} \quad Y = 0$$

يصل الإنتاج لقيمته العظمى عندما ينعدم الإنتاج الحدي أي $MPP = 0$ بالنسبة لكلا عنصري الإنتاج:

$$MPP_{X_1} = \partial Y / \partial X_1 = 18 - 2 X_1 = 0 \quad \text{-----} \quad X_1 = 9$$

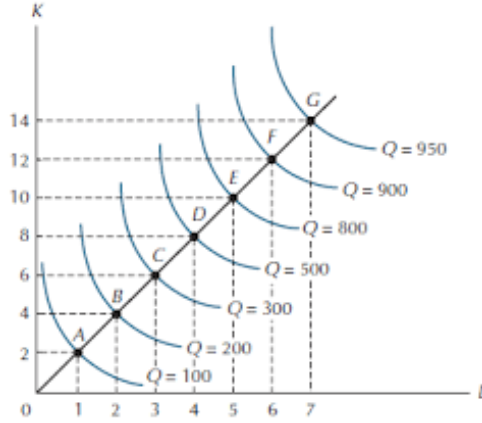
$$MPP_{X_2} = \partial Y / \partial X_2 = 14 - 2 X_2 = 0 \quad \text{-----} \quad X_2 = 7$$

مما يعني أن الوصول للإنتاج الأعظمي وهو (130) يتطلب استخدام 9 وحدات من X_1 وكذلك 7 وحدات من X_2 . وإذا استخدمنا في الإنتاج عدد أكبر من وحدات عنصري الإنتاج فإن قيم الإنتاج الحدي تصبح سالبة ويبدأ الإنتاج الكلي بالتناقص، حيث تصبح المنشأة في المرحلة الثالثة للإنتاج

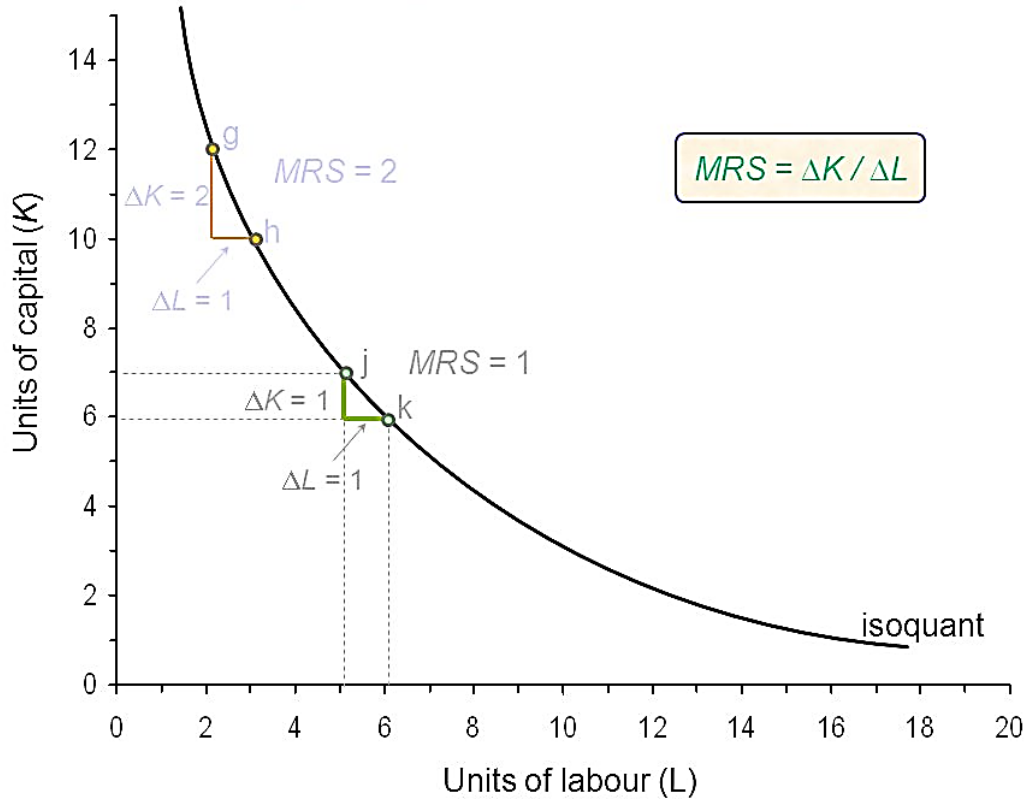
منحنى الإنتاج المتساوي Isoquant

هو ذلك المنحنى الذي تدل النقاط الواقعة عليه على تلك التوليفات المختلفة من عنصرين إنتاجيين (كعنصر العمل وعنصر رأس المال) التي يمكن أن تنتج للمنشأة مقادير متساوية من الناتج. يلاحظ من الشكل التالي أن العلاقة الاستبدالية بين العنصرين عكسية أو متناقصة.

تسمى مجموعة منحنيات الإنتاج المتساوي المتشكلة في فراغ العنصرين الإنتاجيين بخريطة الإنتاج المتساوي، وتتميز هذه المنحنيات بالخواص التالية:



1. متوازية لا تتقاطع مع بعضها
2. تتحرك من اليسار إلى اليمين ومن الأعلى للأسفل أي أن ميلها سالب، للدلالة على إمكانية الإحلال بين الخدمتين الإنتاجيتين.
3. يتخذ منحنى الإنتاج المتساوي شكلاً مقعراً بالنسبة لنقطة الأصل، للدلالة على أن العنصر الإنتاجي ليس بديلاً كاملاً للعنصر الإنتاجي الأخرى.



المعدل الحدي للاستبدال (MRS) Marginal Rate of Substitution

يعبر المعدل الحدي للاستبدال عن ميل منحنى الإنتاج المتساوي. ويعرف المعدل الحدي للاستبدال بين X_1 و X_2 بأنه عدد الوحدات الواجب التخلي عنها من X_1 واستبدالها بوحدة إضافية من X_2 شرط أن يبقى مستوى الإنتاج نفسه.

مثال من الشكل المعدل الحدي للاستبدال بين النقطتين $g(2,12)$ و $h(3,10)$ يحسب كما يلي:

$$MRS_{KL} = \Delta K / \Delta L = (12-10) / (2-3) = 2/-1 = -2$$

يلاحظ أن المعدل الحدي للاستبدال سالب لأن ميل المنحنى سالب.
المعدل الحدي للاستبدال في نقطة يساوي ميل المماس في تلك النقطة.
كذلك فإن:

$$MRS_{KL} = MPP_K / MPP_L = (\partial Y / \partial K) / (\partial Y / \partial L) = \partial L / \partial K$$

خطوط التكاليف المتساوية Isocost Lines

يرتبط أي توافق بين عنصري الإنتاج بتكلفة معينة تمثل التكلفة المتغيرة فلو فرضنا العنصران هما رأس المال والعمل تكون التكلفة:

$$TVC = P_K \cdot K + P_L \cdot L$$

يعرف خط التكاليف المتساوي بأنه المحل الهندسي لجميع التوافقات الممكنة شراؤها من عنصري الإنتاج المتغيرين في ضوء الميزانية المحددة (بنفس التكلفة).

يبين الشكل التالي خطوط التكاليف المتساوية. الخط الأول CD يظهر أن مقدار التكلفة المتغيرة $TVC=50\$$ وسعر وحدة العمل $P_L=5\$$ بينما سعر وحدة رأس المال $P_K=10\$$ بالتالي فلرسم خط التكلفة المتساوي نجد بأنه لو كانت التكاليف المتغيرة كلها لرأس المال لاستطعنا الحصول على 5 وحدات ($50\$/10\$$) ولو أنفقنا كل التكلفة المتغيرة على العمل لحصلنا على 10 وحدات ($50\$/5\$$) وبوصل النقطتين $(5,10)$ نحصل على خط التكاليف المتساوية. وكلما زاد المبلغ المخصص للتكاليف المتغيرة كلما أصبح خط التكاليف المتساوية الخاص بالمنشأة أعلى، مثل AT أو BK .

