الجلسة الثالثة

المقاييس الإحصائية الوراثيّة للصّفات الكمّية وتطبيقاتها في التّحسين الوراثي وتربية الحيوان

يرتبط علم تربية الحيوان بالتحسين الوراثي ارتباطاً وثيقاً بالتطورات الحديثة في مجال استخدام الحاسوب والمعادلات الرياضية والنماذج الإحصائية لتحقيق أفضل النتائج المتوقعة والوصول إلى اتخاذ أفضل وأسلم القرارات في إدارة مزارع الإنتاج الحيواني. وتعدّ تلك النماذج الرياضية والمعادلات الإحصائية من أهم الجوانب في تربية الحيوان وبالتالي تحويل تلك البيانات إلى قرارات حاسمة في مجال التحسين الوراثي. ومن المعلوم أن الجانب التقني التطبيقي للتحسين الوراثي يتمثل في التلقيح الاصطناعي للإناث باستخدام النطاف المجمدة وتقنية نقل الأجنة وغيرها، بينما يمثل الجانب النظري مجموعة طرق الانتخاب الثيران وانتقائها ضمن العشيرة الحيوانية بناءً على تلك المعادلات الرياضية المحددة لكفاءة ومدى أهمية الانتخاب.

ويتم استخدام برامج الحاسوب (Genstat، SPSS ...) لتحليل نظم وبيانات القطيع الحيواني المدروس، ولذلك فمن الضروري لدارسي تربية الحيوان والمختصّين بأمور التّحسين الوراثي أن يلموا بالعمليات الإحصائية المعمّقة والتي تجري على الأرقام والبيانات النّاتجة من المحطة أو المزرعة حتى يمكن الثقة بمدلولاتها والاعتماد على نتائجها وراثياً وتربوياً.

أدى ظهور نظرية التطور الوراثي إلى دخول علم الوراثة (Genetics) في مرحلة جديدة من التطور وساعد على ذلك اكتشاف علم الوراثة التطورية (Developmental Genetics) عام 1930 على يد Fisher و Haldane و Wright وغيرهم وذلك عبر تحقيق تطور سريع في الوراثة العامة من خلال تطبيق طرق التصميم الرياضي، إذ أدت الأبحاث التي قاموا بها إلى نشوء الوراثة التطورية. ولاحقاً تم وضع قوانين الوراثة العامة اعتماداً على الأبحاث النظرية والتجريبية التي قام بها العلماء. ولقد سار علم الوراثة قبل تلك الفترة على اتجاهين متعاكسين:

a. اعتمد الاتجاه الأول على ظواهر منفصلة في عملية التوريث ارتبطت باكتشاف بنية الصبغيات.

b. أما الاتجاه الثاني فقد تطور بمساعدة الطرق الإحصائية اعتماداً على تكرار ظواهر التغيّر الوراثي.

ويعدّ فرنسيس غالتون (1822–1911) أول من طبق الطرق الإحصائية في دراسة توريث الصفات، إذ اقترح طريقة الارتباط (Correlation) كطريقة من طرق التوريث. كما قام تلميذه كارل بيرسون أيضاً بدراسة توريث الصفات اعتماداً على الطرق الاحصائية وأدخل أحد أهم المؤشرات الكمية الهامة في التوريث ألا وهو معامل القيمة التوريثية (Heritability) الذي يساعد في التنبؤ عن تطور الصفة المدروسة في الأنسال (الأبناء) من خلال معرفة تطورها عند الآباء. ولقد أدت نتائج كارل بيرسون إلى دراسة الحيوانات التي بينها صلة قربى من أجل تقييم خصائصها الوراثية ولتحديد أسلوب توريث صفاتها الكمية.

واعتماداً على الأسس النظرية لعلم الوراثة العامة تمكن العالم الأمريكي لاش (Jay Laurence Lush) من تطوير الأسس الوراثية المستخدمة في تربية الحيوانات الزراعية، كما قام بإعداد الطرق الوراثية–الإحصائية بهدف تحليل العشائر الحيوانية.

ومن أهم المقاييس الإحصائية المستخدمة في مجال تربية الحيوان والتحسين الوراثي ما يلي:

1_ المتوسط الحسابي (Arithmetic Mean) :

وهو عبارة عن مجموع قيم أفراد العينة مقسوماً على عددها. فإذا رمّزنا لقيم أفراد العينة بالرمز X_1 , X_2, X_3 .....X_n فإنَّ المتوسط الحسابي عبارة عن :

$$\bar{X} = \frac{X1 + X2 + X3 \ldots . Xn}{n} = \frac{\sum Xi}{n}$$

حيث n: عدد الأفراد الموجودة في العينة.

<u>**مثال(1):**</u> إذا وجدت القيم 3,7,9,10,6 فإن المتوسط الحسابي عبارة عن :

$$\bar{X} = \frac{\sum Xi}{n} = \frac{3 + 7 + 9 + 10 + 6}{5} = \frac{35}{5} = 7$$

<u>**ملاحظة:**</u> إن مجموع انحراف قيم الأفراد عن المتوسط الحسابي يُساوي الصفر دائماً وذلك في حال عدم وجود تكرار كما يظهر الجدول التالي:

القيم X_i	3	7	9	10	6	**35 =**
الانحراف عن المتوسط	-4	0	+2	+3	-1	**0 =**

مثال(2): الجدول التالي عبارة عن أوزان الكباش في إحدى المزارع (في حالة التكرار للقيم تضرب كل قيمة بتكرارها).

قيم كل قسم (فئة) Xi	التكرار لكل فئة fi	القيمة x تكرارها $fi * Xi$
60	2	120
61	2	122
62	20	1240
63	48	3024
64	75	4800
65	117	7605
66	134	8844
67	157	10519
68	140	9520
69	121	8349
70	80	5600
71	57	4047
72	26	1872
73	13	949
74	5	370
75	2	150
76	1	76
	1000	$\sum$=**67207**

$$\bar{X} = \frac{\sum fi * Xi}{fi} = \frac{67207}{1000} = 67.2\ kg$$

وهذه الطريقة مطولة. وهنالك طرق أُخرى، ونبين فيما يلي أفضلها استعمالاً:

- **الطريقة الأكثر استعمالاً لحساب المتوسط الحسابي في حالة وجود تكرار للقيم:**

تعتمد هذه الطريقة على الخطوات التالية:

1. تعيين المجال (المدى) Rang لقيم بيانات العينة المدروسة: والمجال هو عبارة عن الفرق بين أكبر قيمة وأصغر قيمة في العينة المدروسة وفي مثالنا السابق: 76 – 60 = 16 kg
2. تقسيم المجال إلى عدد من الأقسام أو الفئات Classes المتساوية الطول بحيث يكون العدد صحيحاً. وهناك حالتان لحساب عدد الفئات وهي:

a. الحالة الأولى: إذا كان عدد أفراد العينة أقل من ألف (N<1000) ويعطى بالقانون التالي:

$$k = 2.5 * \sqrt[4]{N}$$

b. الحالة الثانية: إذا كان عدد أفراد العينة أكبر من ألف (N≥1000) ويعطى بالقانون التالي (ستروغ):

$$k = 1 + 3.322 \log N$$

وبشكل عام وفي معظم الأبحاث يتم اختيار عدد الفئات بحيث (لا يقل عن 5 ولا يزيد عن 20)

وفي مثالنا يمكن حسابها كما يلي: $\frac{16}{4} = 4$ فئات.

3. ثم نقوم بتقدير مركز الفئة وهو في هذه الحالة (Xi) ويساوي:

$$X_i = \frac{\text{الحد الأدنى للفئة+الحد الأعلى للفئة}}{2} = \frac{44+40}{2} = 42$$

4. يُسجَّل أمام كل فئة عدد القيم أي التكرار (f_i)

5. يضرب مركز كل فئة X_i في تكرارها f_i.

6. يتم بعدها حساب حاصل جمع $\sum (Xi * fi)$.

7. تقدير المتوسط الحسابي: $\bar{X} = \frac{\sum(Xi \times fi)}{fi}$

وفيما يلي طريقة الحساب كما هو مبين بالجدول :

الفئات	مركز الفئة Xi	التكرار fi	$Xi * fi$
64-60	62	147	9114
69-65	67	669	44823
74-70	72	181	13032
79-75	77	3	231
		$\sum fi$ =1000	∑=67200

$$\bar{X} = \frac{\sum(fi * Xi)}{fi} = \frac{67200}{1000} = 67.2kg$$

2_ المنوال (Mode):

هو الفئة ذات التوزيع الأكثر حدوثاً (تكراراً). وفي مثالنا السابق فالمنوال هو (67)، ومن الصعب الحصول على المنوال وخاصة إذا كانت الاختلافات مستمرة في الصفات الكمية.

3_ القيمة المتوسطة (الوسيط) Median:

وهي عبارة عن القيمة التي تقع في وسط التوزيع بالضبط إذا رُتّبت البيانات ترتيباً تصاعدياً أو تنازلياً. ونعني بذلك أنه يوجد عدد من القيم أعلى من القيمة المتوسطة مساوياً لعدد الحالات التي أقل من القيمة المتوسطة. وفي مثالنا السابق فالقيمة هي (68)، أي هي القيمة المتوسطة في القطيع أو العينة المدروسة والتي تحصر 50% من الأفراد أقل منها و 50% أكثر منها.

4_ التباين Variance (S^2 أو σ^2) :

إنَّ متغيّرات صفة ما تثبت وتقترب حول قيمة معيّنه، وهذا الاختلاف عن نفطة النزعة المركزية يدعى التشتت (Dispersion)، الذي يشير إلى انتشار القيم حول متوسطها، فتشتت القيم يَصف تباين الصفة الكمّية فهي مقدار الابتعاد أو الاقتراب من القيمة المتوسطة، ومن أهم مقاييس التشتت هو التباين، وهو المتوسط الحسابي لمجموع مربّعات انحرافات جميع القيم بالنسبة للمتوسط الحسابي للمجموعة، أو بتعريف آخر هو مجموع مربعات الفروق بين قيمة كل فرد ومتوسط العينة المدروسة مقسوماً على (عدد أفراد العينة – 1) في حالة حجم القطيع صغير .

وتعود أهمّيته من أجل حساب كل من (الانحراف المعياري/ معامل الاختلاف/ الخطأ المعياري). أي أن:

$$\sigma^2 = \frac{\sum\left(xi - \overline{X}\right)^2}{n-1} = \frac{\sum xi^2 - \frac{(\sum xi)^2}{n}}{n-1}$$

<u>مثال:</u> إذا عُلِمَ الوزن الحي (كغ) لعجول الفريزيان عند الولادة كالتالي:

41, 35, 33, 44, 46, 42, 39, 35, 36, 34

<u>المطلوب:</u>

1. احسب المتوسط الحسابي، المنوال، المجال (المدى).
2. حساب التباين.

<u>الحل:</u>

1_ حساب المتوسط الحسابي، المنوال، المدى:

المتوسط الحسابي:

$$\bar{X} = \frac{34 + 36 + \cdots \ldots\ldots +41}{10} = 38.5$$

المنوال هو: 35

المجال (المدى) هو: 46 – 33 = 13

2_ حساب التّباين:

$$\sigma^2 = \frac{\sum(xi-\bar{X})^2}{n-1} = \frac{(34-\bar{X})^2+\cdots\ldots\ldots\ldots(41-\bar{X})^2}{10-1} = \frac{186.5}{9} = 20.72$$

أو

$$\sigma^2 = \frac{\sum xi^2 - \frac{(\sum xi)^2}{n}}{n-1} = \frac{(34)^2 + \cdots \ldots\ldots +(41)^2 - \frac{(34 + \cdots \ldots\ldots\ldots + 41)^2}{10}}{10-1}$$

$(\boldsymbol{Xi}-\overline{\boldsymbol{X}})^2$	$\boldsymbol{Xi}-\overline{\boldsymbol{X}}$	$\boldsymbol{Xi}^2$	$\boldsymbol{Xi}$
20.25 =(38.5−34) ²	38.5−34	1156	34
6.25 =(38.5−36) ²	38.5−36	1296	36
12.25 =(38.5−35) ²	38.5−35	1225	35
0.25 =(38.5−39) ²	38.5−39	1521	39
12.25 =(38.5−42) ²	38.5−42	1764	42
56.25 =(38.5−46) ²	38.5−46	2116	46
30.25 =(38.5−44) ²	38.5−44	1936	44
30.25 =(38.5−33) ²	38.5−33	1089	33
12.25 =(38.5−35) ²	38.5−35	1225	35
6.25 =(38.5−41) ²	38.5−41	1681	41
∑ =186.5		**∑ =15009**	**∑ =385**

$$\sigma^2 = \frac{\sum xi^2 - \frac{(\sum xi)^2}{n}}{n-1} = \frac{15009 - \frac{(385)^2}{10}}{9} = \frac{15009 - 14822.5}{9} = \frac{186.5}{9} = 20.72$$

5_ **الانحراف القياسي** Standard deviation (S أو σ):

وهو الجذر التربيعي للتباين، أو هو جذر مجموع مربع الفروق بين قيمة كل فرد ومتوسط العينة مقسوماً على (n-1). ونستخدم (n-1) بدلاً من N في العينات الصغيرة بسبب أنَّ تباين العيّنات لا يقترب من تباين المجتمع إلا عند استخدام (n-1)، ويستخدم عندما يكون عدد العينات أقل من 30.

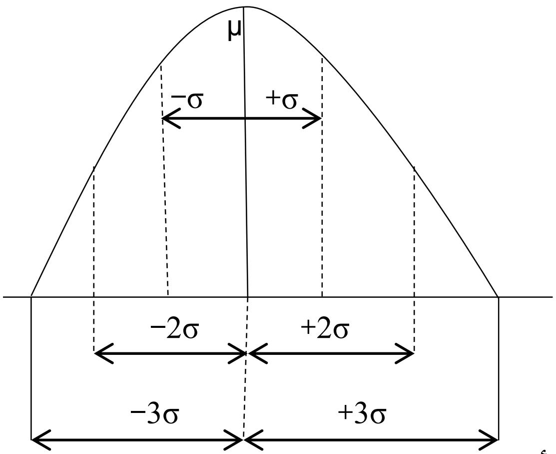
يفيد الانحراف المعياري في إجراء مقارنة لتغيّر الصفة المدروسة في مجموعات مختلفة من الأفراد، ولكن قيمة الانحراف المعياري تعتمد في حسابها أساساً على المتوسط الحسابي وبالتّالي فإنَّ هذا المؤشر قليل الفائدة أو غير صالح تماماً للمقارنة بين الصفات المقدّرة بوحدات قياس مختلفة (الطول، الوزن).

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum(xi - \overline{X})^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{\sum xi^2 - \frac{(\sum xi)^2}{n}}{n-1}}$$

وعند رسم منحنى التوزيع الطبيعي تبين أن المتوسط الحسابي عند مسافات تقل عنه بقدر مسافة انحراف قياسي واحد من كلا الجانبين ±σ وبالتالي فإن المساحة المحصورة في هذه المسافة تمثل 68% من المساحة الكلية للمنحى أي أن:

- المساحة المحصورة بين ($\bar{X}$ +σ) و($\bar{X}$ −σ) تضم 68 % من أفراد المجتمع المدروس.
- المساحة المحصورة بين ($\bar{X}$+2 σ) و ($\bar{X}$ − 2σ) تضم 95% من أفراد المجتمع المدروس.
- المساحة المحصورة بين ($\bar{X}$+3 σ) و ($\bar{X}$−3 σ) تضم 99.7 %من أفراد المجتمع المدروس.

ويمكن إيجازها باختصار, أي أن :



$\bar{X}$ + σ إلى $\bar{X}$ − σ ⟵ تحوي 68% من الأفراد.

$\bar{X}$ + 2σ إلى $\bar{X}$ − 2σ ⟵ تحوي 95% من الأفراد.

$\bar{X}$ + 3σ إلى $\bar{X}$ − 3σ ⟵ تحوي 99.7% من الأفراد.

ملاحظة: إنَّ معظم القياسات التي نقوم بإجرائها (القسم الأكبر) عادةً تأخذ قيم متوسطة وقليل منها تكون منحرفة زيادةً أو نقصاناً عن المتوسط أو أقل بكثير، مثل إنتاج الحليب أو إنتاج البيض أو الوزن الحي.

مثال تطبيقي:

إذا كان المتوسط الحسابي لوزن الكباش في القطيع *60* كغ والانحراف القياسي *10*كغ.

فما هي الحدود التي تحتوي على *68*% و *95*% و *99*% من القطيع؟

الحل :

- الحدود التي تحتوي على ***68%*** من أفراد القطيع هي $\bar{X} + \sigma$ إلى $\bar{X} - \sigma$

وتساوي 60+10 إلى 60−10 أي من : *70* إلى *50*.

- و الحدود التي تحتوي على ***95%*** من أفراد القطيع هي $\bar{X} + 2\sigma$ إلى $\bar{X} - 2\sigma$

وتساوي 60+(10)2 إلى 60−(10)2 أي من : *80* إلى *40*.

- و الحدود التي تحتوي على ***99%*** من أفراد القطيع هي $\bar{X} + 3\sigma$ إلى $\bar{X} - 3\sigma$

وتساوي 60+(10)3 إلى 60−(10)3 أي من : *90* إلى *30*.

وللتغلب على المشكلة يتم مقارنة مستوى التغيّر للصفات المختلفة من خلال معامل الاختلاف.

6_ **الخطأ القياسي** Standard Error ($S\bar{X}$) أو (SE):

وهو عبارة عن تقدير للانحراف المعياري للمتوسطات الحسابية، ويحسب باستخدام المعادلة التالية:

$$S\bar{X} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

ويضاف هذا الخطأ إلى متوسط القيم لـ $\bar{X}$. أي: $\bar{X} \pm S\bar{X}$

7_ **معامل الاختلاف** Coefficient of variability (**C.V**):

وهو مقياس مطلق للتشتت ويعبّر عن قيمة الانحراف المعياري كنسبة مئوية من المتوسط الحسابي، يستخدم لمقارنة تشتت التوزيعات وخصوصاً عندما يكون الاختلاف بين المتوسطات كبير ، أو عند مقارنة خاصيتين مختلفتين مثل (الطول والوزن)، كما يستخدم لمقارنة القيم المتوسطة التي قيست بوحدات أو صفات مختلفة، ولمقارنة تشتت البيانات نفسها على عدّة فترات زمنية فعن تغير قيمة المتوسط تتغير قيمة الانحراف المعياري. ويحسب كنسبة مئوية بالمعادلة:

$$\boldsymbol{c.v = \frac{\sigma}{\bar{X}} * 100}$$

تشير قيمة معامل التباين CV(%10-5) لوجود تباينات قليلة، أما قيمته CV(%25-10) فهي دلالة على تباينات طبيعية بالنسبة للصفات الإنتاجية للحيوان والنبات، أما قيمة معامل الاختلاف CV(%30-25) فتشير لوجود تباينات كبيرة للصفة.

مثال تطبيقي:

الجدول التالي يبين نسبة الدهن في الحليب لـ 10أبقار من سلالة الفريزيان:

رقم البقرة	نسبة الدهن X_i %	X_i^2
1	3.75	14.0625
2	3.55	12.6025
3	3.95	15.6025
4	4.05	16.4025
5	4.10	16.8100
6	3.65	13.3225
7	3.80	14.4800
8	4.10	16.8100
9	4.10	16.8100
10	4.05	16.4025
(∑)	**39.10**	**153.305**

والمطلوب: حساب المقاييس الإحصائية لنسبة الدهن بالحليب ($\overline{X}$ ، σ ، $S\overline{X}$ ، $C.v$):

الحل:

$\sum x_i = 39.10$

$$\overline{X} = \frac{39.10}{10} = 3.91\%$$

$\sum x_i^2 = 153.305$

$(\sum xi)^2 = 1528.81$

$$\sigma^2 = \frac{\sum(xi-\overline{X})^2}{n-1} = \frac{\sum xi^2 - \frac{(\sum xi)^2}{n}}{n-1} = \frac{153.305-152.881}{9} = \frac{0.424}{9} = 0.047$$

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{0.047} = 0.216$$

$$c.v = \frac{\sigma}{\overline{X}} * 100 = \frac{0.216}{3.91} * 100 = 5.52\%$$

مسائل تطبيقية غير محلولة

مسألة (1): لديك البيانات التالية لوزن الأبقار والتي جمعت من ثلاث مزارع :

المزرعة	متوسط وزن الأبقار	عدد الأبقار
المزرعة الأولى	(X1) 380	1000
المزرعة الثانية	(X2) 460	500
المزرعة الثالثة	(X3) 400	2000

والمطلوب حساب المتوسط الحسابي.

مسألة (2): المطلوب حساب متوسط نسبة الدهن بالحليب للأبقار حسب البيانات التالية:

أشهر الحلابة	متوسط نسبة الدهن٪	كمية الحليب لأشهر الحلابة
كانون الثاني	4.0	350
شباط	3.8	400
آذار	4.0	450

مسألة (3): في مبقرة الزربة 58 بقرة ناتجة من ثلاث ثيران:

اسم الثور	عدد الأبقار	متوسط إنتاجيتها خلال موسم الحلابة/كغ	متوسط نسبة الدهن ٪
فيتز	20 بقرة	3250	4.3
بوش	23 بقرة	4115	3.8
الماز	15 بقرة	2756	4.53

المطلوب : احسب متوسط إنتاج الحليب ونسبة الدهن لأبقار الثيران الثلاث.

مسألة (4): في ثلاث مزارع لتربية الدجاج البياض تحوي كل منها على التوالي: 7900 ، 1500 ، 3000 دجاجة بياضة . وخلال عام أعطت كمية من البيض كانت على التوالي 214500 ، 140835 ، 1115000 بيضة .

والمطلوب :

1. حساب متوسط إنتاج البيض لكل دجاجة في كل مزرعة على حده.
2. حساب متوسط إنتاج البيض لكل دجاجة في المزارع الثلاث.

مسألة (5): فيما يلي الوزن الحي للفروج :

الوزن الحي (كغ): 2.2 ، 2.5 ، 2.1 ، 2.3 ، 2.4 ، 2.3 ، 2.4 ، 2.4 ، 2.3 ، 2.6 حيث : $\Sigma x1=23.5$

والمطلوب حساب σ الجواب: $\sigma=\pm14$

مسألة (6): توفرت لديك القيم التالية والتي تمثل الأعمار بالشهر لعشرين بقرة عند أول ولادة لها: 29 , 29 , 29 , 29 , 28 , 28, 28 , 28 , 28 , 27 , 26 , 26 , 26 , 26 , 26, 29 , 29 , 29 , 29, 31

المطلوب حساب المتوسط الحسابي $\overline{X}$ بالطريقة العادية وبطريقة تقسيمها لمجموعات (فئات).

نهاية الجلسة العملية الثالثة

م. علي الجرعتلي