(حساب معامل الارتباط المظهري ومعامل القيمة التوريثية)

1- مثال محلول (1): دُرست مجموعة من الأبقار (n=22) الناتجة من ثيران تربوية منتخبة عددها (p=5) ثور، انتهى موسم حلابتها الأول في وقت واحد، وتم قياس كمّية الحليب (X) وكمية الدّهن (Y) مُقدَّرةً بـ (كغ)، علماً أنَّ منشأ كل بقرة معلوم. كما تمَّ عشوائياً توزيع بنات كل مظهر (تركيب) على عدد من القطعان المختلفة بمستوى الرعاية. ويبين الجدول التالي المعطيات الأساسية لمجموعة الأبقار المدروسة.

والمطلوب هنا: ما هو مستوى الارتباط المظهري ($r_{(X,Y)}$) بين (كمّية الحليب) و(كمّية الدهن) بالعلاقة مع العوامل البيئية والوراثية. ثمَّ احسب الارتباط بين الصفوف ($\hat{r}$) واحسب معامل القيمة التوريثية (h^2).

جدول بيانات لتحديد العلاقة بين إنتاجية الحليب ونسبة الدهن للأبقار التي أعطت موسم حلابتها الأول

الثور (i)	عدد البنات (nij)	كمية الحليب (Xij)	مربع كمية الحليب (Xij)²	كمية الدهن (Yij)	مربع كمية الدهن (Yij)²	∑(Xij)	[∑(Xij)]²	∑(Yij)	[∑(Yij)]²	جداء: كمية الحليب بكمية الدهن (Xij) × (Yij)	∑(Xij×Yij)
1	1	2620	6864400	100.1	10020	7020	49280400	260	67600	262262	615576
	2	2460	6051600	82.9	6872.41					203934	
	3	1940	3763600	77	5929					149380	
2	1	1810	3276100	76	5776	11110	123432100	405	164025	137560	899636
	2	2360	5569600	80.2	6432.04					189272	
	3	2940	8643600	80	6400					235200	
	4	1990	3960100	84.2	7089.64					167558	
	5	2010	4040100	84.6	7157.16					170046	
3	1	1900	3610000	115.8	13409.6	8995	80910025	425	180625	220020	947057.5
	2	2500	6250000	100.3	10060.1					250750	
	3	2600	6760000	98.4	9682.56					255840	
	4	1995	3980025	110.5	12210.3					220447.5	
4	1	2620	6864400	84.1	7072.81	16020	256640400	528	278784	220342	1412285
	2	2400	5760000	82.1	6740.41					197040	
	3	2475	6125625	92.3	8519.29					228442.5	
	4	2700	7290000	90.2	8136.04					243540	
	5	2950	8702500	99.1	9820.81					292345	
	6	2875	8265625	80.2	6432.04					230575	
5	1	2500	6250000	90.2	8136.04	9400	88360000	370	136900	225500	871425
	2	2300	5290000	88.3	7796.89					203090	
	3	1850	3422500	93.1	8667.61					172235	
	4	2750	7562500	98.4	9682.56					270600	
P=5	**Nij= 22**	**52545**	**128302275**	**1988**	**182043**	**52545**	**598622925**	**1988**	**827934**	**4745979**	**4745979**

- **الحل:**

1- يجب حساب مجموع مربعات الانحرافات الكلية (SS):

- مجموع مربعات الفروق بين الثيران (S_G).
- مجموع مربعات الفروق ضمن مجموعات الأبقار (ضمن مجموعة الثور الواحد) (S_E).

2- يجب حساب التّباينات (متوسط مجموع مربعات الفروق) (σ^2_E) من المعادلة:

$$\sigma^2 = \frac{S}{df} = \frac{\text{مجموع المربعات}}{\text{درجات الحرية}}$$

وبالتالي:

$$S_{G(X)} = (\sum \frac{(xi)^2}{ni}) - \frac{(\sum xij)^2}{n} = \left\{\frac{(7020)^2}{3} + \frac{(11110)^2}{5} + \frac{(8995)^2}{4} + \frac{(16020)^2}{6} + \frac{(9400)^2}{4}\right\} - \frac{(52545)^2}{22}$$
$$= 126204126.3 - 125498955.7 = 705170.6$$

$$MS_{G(X)} = \frac{S_{G(X)}}{P-1} = \frac{705170.6}{5-1} = 176292.65$$

$$S_{E(X)} = \sum(xij)^2 - (\sum \frac{(xi)^2}{ni}) = 128302275 - 126204126.3 = 2098148.7$$

$$S^2_{E(X)} = MS_{E(X)} = \frac{S_{E(X)}}{n-p} = \frac{2098148.7}{22-5} = \mathbf{123420.51}$$

$$n_o = \frac{n}{p} = \frac{22}{5} = 4.4$$

$$S^2_{G(X)} = \frac{MSG(X) - MSE(X)}{n0} = \frac{176292.65 - 123420.51}{4.4} = \frac{52872.14}{4.4} = \mathbf{12016.4}$$

$$S_{TOT(x)} = S_{G(x)} + S_{E(x)} = 705170.6 + 2098148.7 = 2803319.3$$

$$S_{G(Y)} = \left(\sum \frac{(Yi)^2}{ni}\right) - \frac{(\sum Yij)^2}{n} = \left\{\frac{(260)^2}{3} + \frac{(405)^2}{5} + \frac{(425)^2}{4} + \frac{(528)^2}{6} + \frac{(370)^2}{4}\right\} - \frac{(1988)^2}{22}$$
$$= 181183.58 - 179642.90 = 1540.67$$

$$MS_{G(Y)} = \frac{S_{G(Y)}}{p-1} = \frac{1540.67}{5-1} = 385.17$$

$$S_{E(Y)} = \sum(Yij)^2 - (\sum \frac{(Yi)^2}{ni}) = 182043.3 - 181183.58 = 859.72$$

$$S^2_{E(Y)} = MS_{E(Y)} = \frac{S_{E(Y)}}{n-p} = \frac{859.72}{22-5} = \mathbf{50.57}$$

$$\sigma^2_{G(Y)} = \frac{MSG(Y) - MSE(Y)}{n0} = \frac{385.17 - 50.57}{4.4} = \frac{334.6}{4.4} = \mathbf{76.04}$$

$$S_{TOT(Y)} = S_{G(Y)} + S_{E(Y)} = 1540.67 + 859.72 = 2400.4$$

وبنفس الطريقة نحسب ($P_{G(X.Y)}$ ، $P_{E(X.Y)}$ ، $MP_{G(X.Y)}$، $MP_{E(X.Y)}$) لِجداء كلا الصفتين (x.y):

$$P_{G(X.Y)} = S_{G(X.Y)} = 25207.472$$

$$MP_{G(X.Y)} = MP_{A(X.Y)} = MS_{G(X.Y)} = \frac{S_{G(X.Y)}}{p-1} = \frac{25207.472}{4} = 6301.868$$

$$P_{E(X.Y)} = S_{E(X.Y)} = 39922.46$$

$$S^2_{E(X.Y)} = Cov_{E(X.Y)} = MP_{E(X.Y)} = MS_{E(X.Y)} = \frac{S_{E(X.Y)}}{n-p} = \frac{39922.46}{17} = \mathbf{2348.38}$$

$$\sigma^2_{G(X.Y)} = Cov_{G(X.Y)} = \frac{MPG(X.Y) - MPE(X.Y)}{n0} = \frac{6301.868 - 2348.38}{4.4} = \frac{3953.488}{4.4} = \mathbf{898.52}$$

$$P_{TOT(X.Y)} = S_{TOT(X.Y)} = P_{G(X.Y)} + P_{E(X.Y)} = 25207.472 + 39922.46 = 65129.932$$

ويمكن حساب كل التباينات من جدول تحليل التباين من خلال القوانين التالية:

$S^2_{G(X)} = \frac{MSG(X) - MSE(X)}{n0}$	$S^2_{G(Y)} = \frac{MSG(Y) - MSE(Y)}{n0}$	$S^2_{G(X.Y)} = \frac{MSG(X.Y) - MSE(X.Y)}{n0}$
$S^2_{E(X)} = MS_{E(X)}$	$S^2_{E(Y)} = MS_{E(Y)}$	$S^2_{E(X.Y)} = MS_{E(X.Y)}$

حيث أنَّ $(n0)$ هي متوسط النسل للأب الواحد (متوسط عدد البنات للثور) وتحسب بالقانون:

$$n0 = \frac{n}{p} = \frac{22}{5} = 4.4$$

جدول تحليل التباين والتغاير المرافق في حالة التوزيع البسيط مع التغيرات العشوائية

مصادر الاختلاف	عدد درجات الحرية	مجموع المربعات				المجموع الكلي	
		S_x	$M\ S_x$	S_y	$M\ S_y$	P_{xy}	$M\ P_{xy}$
الثيران	4	705170.6	176292.65	1540.67	385.17	25207.472	6301.868
الخطأ المتبقي	17	2098148.7	123420.51	859.72	50.57	39922.46	2348.38
المجموع	**21**	**2803319.3**	-	**2400.4**	-	**65129.932**	-

وبعد ذلك يُحسب الارتباط البيئي الجزئي والارتباط الوراثي الجزئي من المعادلتين:

$$r_{G(X.Y)} = \frac{\delta_{Gx.Gy}}{\delta_{Gx}.\delta_{Gy}} = \frac{898.52}{\sqrt{12016.4 \times 76.04}} = \frac{898.52}{955.87} \approx 0.94 = 94\%$$

$$r_{E(X.Y)} = \frac{\delta_{Ex.Ey}}{\delta_{Ex}.\delta_{Ey}} = \frac{2348.38}{\sqrt{123420.51 \times 50.57}} \approx 0.94 = 94\%$$

حيث يكون التباين المظهري (δ^2_p) الكلي لصفتين ما مساوياً لمجموع التباينين الوراثي والبيئي للصفتين المدروستين:

$$\delta^2 p_{(X)} = \delta^2 G_{(X)} + \delta^2 E_{(X)}$$

$$= 12016.4 + 123420.51 = 135436.91$$

$$\delta^2 p_{(Y)} = \delta^2 G_{(Y)} + \delta^2 E_{(Y)}$$

$$= 76.04 + 50.57 = 126.61$$

$$\delta^2 p_{(X,Y)} = \delta^2 G_{(X,Y)} + \delta^2 E_{(X,Y)}$$

$$= 898.52 + 2348.38 = 3246.9$$

وبعد ذلك يمكن حساب الارتباط الوراثي الجزئي (r_G)، ثم بعدها حساب الارتباط المظهري (r_p):

$$r_p = r_{(x,y)} = \frac{Cov\,(x,y)}{S_{(x)}.S_{(y)}} = \frac{\delta x.y}{\sqrt{\delta^2 x * \delta^2 y}} = \frac{\delta_{x.y}}{\delta_x.\delta_y} = \frac{3246.9}{\sqrt{135436.91 * 126.61}} = 0.78 = 78\%$$

وبالتالي فيمكن تقسيم الارتباط المظهري (r) للصفة المدروسة إلى ارتباطين جزئيين (ارتباط وراثي) و (ارتباط بيئي):

$$r_{(X,Y)} = r_{G(X).G(Y)} + r_{E(X).E(Y)}$$

وبالتالي:

$$r_{E(X).E(Y)} = \frac{\delta E(x).E(y)}{\delta_{E(x)}.\delta_{E(y)}} \quad \text{و} \quad r_{G(X).G(Y)} = \frac{\delta G(x).G(y)}{\delta_{G(x)}.\delta_{G(y)}} \quad \text{و} \quad r_{(x,y)} = \frac{\delta (x,y)}{\delta_{(x)}.\delta_{(y)}}$$

ولحساب معامل الارتباط بين الصفوف $(\hat{r}_{(x)})$:

$$\hat{r}_{(x)} = \frac{S^2G(X)}{S^2(X)} = \frac{MSG(X) - MSE(X)}{MSG(X) + (n_0 - 1)MSE(X)} = \frac{176292.65 - 123420.51}{176292.65 + (3.4 \times 123420.51)}$$

$$= \frac{52872.14}{595922.384} = 0.088 = 8.8\%$$

ومنه نحسب معامل القيمة التوريثية (حسب الحالة): $h^2 = ... \times \hat{r}_{(x)} =$

في حالة الأخوة الأشقاء: $h^2 = \frac{\frac{S^2G(X)}{S^2(X)}}{\frac{1}{2}} = 2 \times \hat{r}_{(x)} = 17.6\ \%$

في حالة الأخوة نصف الأشقاء: $h^2 = \frac{\frac{S^2G(X)}{S^2(X)}}{\frac{1}{4}} = 4 \times \hat{r}_{(x)} = 35.2\ \%$

في حالة التوائم الحقيقية: $h^2 = \frac{\frac{S^2G(X)}{S^2(X)}}{1} = \hat{r}_{(x)} = 8.8\ \%$

2–مسألة(2):

a. أُحسب المكافئ الوراثي (h^2) في كل من الحالات التالية:

1. معامل انحدار البنات على أمهاتها = 0.20
2. معامل الارتباط بين متوسط الأهل ومتوسط النسل = 0.35
3. معامل انحدار الفرد على أمه (الأبناء على أمهاتها) = 0.15
4. معامل الارتباط بين في حالة التوائم الحقيقية = 0.40
5. معامل الارتباط بين في حالة الأخوة أنصاف أشقاء = 0.18

b. ثم احسب الارتباط المظهري الكلي في كل حالة من الحالات السابقة إذا علمت أنَّ عامل البيئة المنظم ($e^2 = 0.025$).

الحل:

1. $h^2 = 2 \times b_{(y/X)} = 2 \times 0.20 = 0.40 = 40\%$

$r_{(F1F2)} = r_G \times h^2 + e^2 = 0.5 \times 0.40 + 0.025 = 0.225$

2. $h^2 = \frac{\frac{S^2G(X)}{S^2(X)}}{\frac{1}{2}} = 2 \times \hat{r}_{(x)} = 2 \times 035 = 0.70 = 70\%$

$r_{(F1F2)} = \boldsymbol{r_G} \times h^2 + e^2 = 0.5 \times 0.70 + 0.025 = 0.375$

3. $h^2 = 2 \times b_{(y/X)} = 2 \times 0.15 = 0.30 = 30\%$

$r_{(F1F2)} = \boldsymbol{r_G} \times h^2 + e^2 = 0.5 \times 0.30 + 0.025 = 0.175$

4. $h^2 = \hat{r}_{(x)} = 0.40 = 40\%$

$r_{(F1F2)} = \boldsymbol{r_G} \times h^2 + e^2 = 1 \times 0.40 + 0.025 = 0.425$

5. $h^2 = 4 \times \hat{r}_{(x)} = 4 \times 0.18 = 72\%$

$r_{(F1F2)} = \boldsymbol{r_G} \times h^2 + e^2 = 0.25 \times 0.72 + 0.025 = 0.205$

.....

- **المعامل التكراري (Repeatability) r_w :**

وهو معامل الارتباط الناتج عن دراسة مؤشرات الصّفة (إنتاج الحليب) في مراحل مختلفة من تطوّر الحيوان. أي أنَّهُ مقياس وراثي يُعبّر عن العلاقة بين السجلات المتتالية لنفس الحيوان، أو هو معامل الارتباط بين سجلين أو قياسين مختلفين لنفس الحيوان (وبالتالي يمكن حساب معامل الارتباط لعدد من السجلات لنفس الحيوان).

وبمعنى آخر يمكن تعريفه بأنّه: مؤشر وراثي عن مقدرة الحيوان على تكرار نفس الأداء للصّفة من موسم لآخر ويُعبَّر عنه بالنسبة المئوية (%) من التفوّق الذي يُحافظ عليه على عدة مواسم، فمثلاً إذا كان المعامل التكراري لصفة إنتاج الحليب (r_w =0.45) فهذا يعني أنَّ الحيوان لديه القدرة بنسبة 45% اختلاف في انتاج الحليب عن متوسط القطيع في المواسم القادمة.

يُستخدم المعامل التكراري من أجل تقدير نسبة مساهمة كلّ من التركيب الوراثي والبيئة في تغيُّر الصفة من خلال عملية نمو وتطور حيوانات العشيرة. وبمضمونه يُقدّر المعامل التكراري دور المكونات الوراثية والبيئية في تغير الصفة المدروسة ولذلك يجب أن تزيد قيمته عن قيمة معامل القيمة التوريثية (المكافئ الوراثي h^2) لنفس الصفة المدروسة. لذلك يُستخدم للانتخاب بشكل أدق من المكافئ الوراثي.

ويُستخدم حديثاً في علم تربية مواشي الحليب كمقياس لتقدير القيمة التربوية للحيوانات الزراعية (مثل h^2).

ويختلف المعامل التكراري عن معامل القيمة التوريثية بالمفهوم الواسع بأنَّ: علاوةً عن الجزء الوراثي فهو يحتوي على جزء من التباين الكلّي الذي يرجع إلى التباين البيئي الدائم ($\delta^2_{(EP)}$) وهذا الجزء لا ينتقل من جيل إلى آخر ولكنّه ينتقل ويختلف من سجل لآخر لنفس الحيوان، ولهذا يُعبَّر عن المعامل التكراري بالمعادلة التالية:

$$r_w = \frac{\delta^2_{(G)}+\delta^2_{(EP)}}{\delta^2_{(G)}+\delta^2_{(EP)}+\delta^2_{(ET)}} = \frac{\{\delta^2_{(A)}+\delta^2_{(D)}+\delta^2_{(I)}\}+\delta^2_{(EP)}}{\{\delta^2_{(A)}+\delta^2_{(D)}+\delta^2_{(I)}\}+\delta^2_{(EP)}+\delta^2_{(ET)}}$$

حيث أنَّ:

$\delta^2_{(A)}$ = التباين التّراكمي (Additive Variance): (تباين القيمة التربوية) وهو الأهم في التحسين الوراثي.

$\delta^2_{(D)}$ = تّباين السّيادة (Dominance Variance): وتظهر أهميته عندما يكون تكرار المورث المتنحي قليلاً.

$\delta^2_{(I)}$ = التباين التفوّقي (Epistemic Variance): وهو الأكثر تعقيداً لأنَّه يشير للعلاقة المتبادلة للمورثات.

$\delta^2_{(EP)}$ = تباين الأثر البيئي الدائم (Environmental Permanent): يلازم الحيوان مدى حياته.

$\delta^2_{(ET)}$ = تباين الأثر البيئي المؤقَّت (Environmental Temporary): يختلف من سجل لآخر.

- **الاستجابة للانتخاب R (Response to Selection) أو (كفاءة الانتخاب) أو فعاليّة الانتخاب Δ_G:**

يُمكن تعريفها بأنَّها: مقدار الفرق في متوسط القيمة المظهرية للصفة بين نسل الآباء المُنتخبة وبين القطيع الذي انتُخبت منه الآباء. وهي مقدار الاستجابة للتحسين الوراثي أو التحسين الوراثي المتوقع من الانتخاب على أساس صفة معينة لسجل واحد أو عدّة سجلات (n) للحيوان وتعطى بالمعادلة التالية:

$$\Delta_G = S_D \times h^2$$

حيث أنّ: S_D هو الفارق الانتخابي، **R** أو Δ_G: الاستجابة للانتخاب (كفاءة الانتخاب)

- **الفارق الانتخابي (Selection Differential) S_D:**

وهو الفرق بين متوسط الآباء المُنتَخبة (M_P) ومتوسط العشيرة الأساسية أو القطيع (M_C) الذي انتُخِبَت منه الآباء للصفة المدروسة، وتتعلّق قيمته بتعداد العشيرة التي يجري فيها الانتخاب وبمتوسط التغيُّر المظهري للمؤشر الانتخابي، وهو يتناسب عكساً مع تعداد أفراد العشيرة المخصصة للتربية فكلّما زاد تعداد أفراد العشيرة والأفراد المنتخبة كلما قل الفارق الانتخابي. وكلّما زادت قيمة الفارق الانتخابي كلما كان مستوى التحسين الناتج عن الانتخاب أكبر. ويُمكن حسابه من خلال المعادلتين التاليتين:

$$S_D = M_p - M_c$$

أو يُحسَب للآباء بالمعادلة:

$$S_D = \frac{S_{DM} - S_{DO}}{2}$$

حيث أنَّ: S_{DO} : الفارق الانتخابي للآباء ، S_{DM}: الفارق الانتخابي للأمهات.

- **شدّة الانتخاب I (Intensity of Selection):**

وهي الفارق الانتخابي مُعَبَّراً عنه بوحدات من الانحراف القياسي ولذلك يمكن تسمية شدّة الانتخاب أيضاً بالفارق الانتخابي القياسي. وتُحسب شدّة الانتخاب من المعادلة التالية:

$$I = \frac{S_D}{\delta p} = \frac{\text{الفارق الانتخابي}}{\text{الانحراف المعياري للصّفة}}$$

وفي المثال (1) وبعد حساب معامل القيمة التوريثية ($h^2 = 17.6\%$ في حالة الأخوة الأشقاء) يُمكن حساب كل من (الفارق الانتخابي S_D، شدّة الانتخاب I، كفاءة الانتخاب أو الاستجابة للانتخاب **R**):

وعلى فرض أنَّ متوسط العشيرة (M_c) من إنتاج الحليب = 2500 كغ، ومتوسط الآباء(M_P) = 3200 كغ:

$S_D = M_p - M_c = 3200 - 2500 = 700$ kg

$$I = \frac{S_D}{\delta X} = \frac{700}{\sqrt{135436.91}} = \frac{700}{368.01} = 1.90$$

$$\Delta_G = S_D \times h^2 = 700 \times 0.176 = 123.2\ kg$$

- **مثال (2):** إذا كان الفارق الانتخابي بين أفراد قطيع ما من سلالة أبقار الفريزيان 400 كغ ومعامل القيمة التوريثية لهذه الصفة 0.25، فما هي الاستجابة المتوقعة من الانتخاب في النسل؟

الحل:

$$\Delta_G = S_D \times h^2 = 400 \times 0.25 = 100\ Kg$$

- **مثال (3):** إذا كان الفارق الانتخابي في بعض الآباء المنتخبة لصفة وزن الفطام في أبقار اللحم 20 كغ، وكان معامل القيمة التوريثية 0.50، فكم تكون الزيادة المتوقعة في وزن الفطام عند الأبناء عن بقية القطيع إذا كان متوسط القطيع 150 كغ.

الحل:

الكسب الوراثي (الزيادة المتوقعة عند الأبناء) = 20 × 0.50 = 10 كغ.

وبما أنَّ متوسط القطيع 150 كغ فإنَّ: متوسط الآباء المنتخبة = 150 + 20 = 170 كغ.

أمّا متوسط النسل فيكون 150 + 10 = 160 كغ. (لأنَّ$h^2 = 0.50$).

- **مثال (4):** عند استبقاء 30% من الدجاج لاستخدامها كآباء في القطيع يكون الشّد الانتخابي المكافئ لها (1.16)، وكان الانحراف المعياري لإنتاج البيض 40 بيضة، ومعامل القيمة التوريثية للصفة المدروسة 0.20، فكم تكون الزيادة المتوقعة في الأبناء؟

الحل: الكسب الوراثي (الزيادة المتوقعة في الأبناء) = 1.16 × 40 × 0.20 = 9.27 بيضة بالمتوسط.

$$I = \frac{S_D}{\delta X} :\ S_D = I \times \delta X = 1.16 \times 40$$

- **العوامل المؤثّرة على الفارق الانتخابي (S_D):**

1- نسبة الأفراد المنتخبة.

2- الجنس.

3- الانحراف المعياري للصفة المدروسة (δX).

4- عدد الصفات التي ينتخب لها في آن واحد (n).

5- المكافئ الوراثي (h^2).

6- طول فترة الجيل (L). حيث أنه إذا عُلم طول فترة الجيل يتم حساب الكفاءة الانتخابية بناءً على طول الجيل بالمعادلة التالية: $\Delta_G = \frac{S_D \times h^2}{L}$.