المحاضرة الثانية

الدالة الإنتاجية Production Function:

يستعمل الاصطلاح دالة في الرياضيات للدلالة على علاقة بين المتغيرات المستقلة والمتغير التابع ويعني الإنتاج الطبيعي لسلعة أو المحصول ما. كما يمكن القول بأنها العلاقة بين كمية مستلزمات الإنتاج وكمية الناتج، أو ما يحدث للناتج عندما نغير كمية عوامل الإنتاج المستعملة.

أو هي علاقة طبيعية أو تقنية موجودة بين الإنتاج وواحد أو أكثر من عوامل الإنتاج مع الافتراض بثبات المعرفة والخبر الفنية.

الدالة الإنتاجية عبارة عن العلاقة التي ترتبط بين الموارد الاقتصادية المستخدمة في العملية الإنتاجية والإنتاج الذي تحصل عليه من هذه العملية.

يستلزم إنتاج أية سلعة اقتصادية استخدام عدد من عناصر الإنتاج، فإنتاج الحليب مثلاً يتطلب استخدام أرض الحظيرة والحيوانات والأعلاف والعمل وكذلك الإدارة.

لابد من فهم نوع العلاقة الموجودة بين عناصر الإنتاج المختلفة وبين مقدار الناتج الممكن الحصول عليه من قبل اتخاذ أي قرار اقتصادي يتعلق بالإنتاج، وذلك إذا ما أ كيد أن يؤدي اتخاذ مثل هذا القرار إلى تحقيق الهدف من العملية الإنتاجية وهو تحقيق أكبر صافي داخل ممكن.

الدالة الإنتاجية توضح النسب التي تمزج بها عوامل الإنتاج لأجل تحويلها إلى ناتج، عليه فإنه يوجد عدد من الدوال يتساوى مع عددا الطرق التي يمكن أن تمزج بها هذه الموارد لتتحول إلى ناتج. ويمكن التعبير عن دالة الإنتاج رياضياً كما يلي:

$$Y = f\,(x_1, x_2, \ldots., x_n)$$

حيث:

Y حجم الإنتاج الكلي (يرمز له TPP اختصار لمصطلح **T**otal **P**hysical **P**roduct)

$x_1, x_2, \ldots, x_n$ الوحدات المستخدمة من عناصر الإنتاج المختلفة (مدخلات).

f توضح نوعية العلاقة الرياضية التي تربط مدخلات الإنتاج بمخرجات الإنتاج.

لذلك فإن حجم الناتج يتحدد وفقاً للكميات الموظفة من عناصر الإنتاج. ويمكن أن يتم ذلك باستخدام مجموعات مختلفة من الموارد(بنسب مختلفة)، فالإنتاج يمكن أن يصل إلى أقصاه باستخدام عنصر متغير واحد فقط من عناصر الإنتاج، مع بقاء حجم العناصر الأخرى ثابتاً.

الدالة الإنتاجية الكلاسيكية:

إن الهدف الأساسي من دراسة داول الإنتاج الكلاسيكية هو أنه من خلال هذه الدوال يمكن فهم طبيعة العلاقات بين عوامل الإنتاج وحجم الإنتاج Factor–Product Relationship بوضوح وبذلك يمكن إعطاء مديري المزارع بعض المؤشرات عن طبيعة هذه العلاقات التي قد تواجه إنتاجه في مزرعته وأهمها الإنتاجية الحدية والإنتاجية المتوسطة ومرونة الإنتاج .وبالطبع لا يمكننا هنا دراسة أشكال دوال الإنتاج كافة لذا سنستخدم أبسطها وهي دالة الإنتاج في متغير واحد حيث يشير Y إلى الناتج في حين يشير X إلى للعنصر المتغير.

***T**otal **P**hysical **P**roduct*	TPP	الناتج الفيزيقي (الفيزيائي) الكلي

كلمة فيزيقي أو فيزيائي هنا تعني أن الناتج يقاس بوحدات فيزيائية مثل (كيلوغرام أو بالة أو كيس أو طن أو ...) وليس بوحدات قيمية أو نقدية (ليرة مثلاً).

***A**verage **P**hysical **P**roduct*	APP = (Y / X) = (TPP/X)	متوسط الناتج الفيزيقي

يتحدد الإنتاج المتوسط للمورد الإنتاجي من حاصل قسمة الإنتاج الكلي Y على عدد وحدات المورد المتغير X المستخدمة للحصول على الناتج. وبمعني أخر هو مقدار الإنتاج لكل وحدة من العامل المتغير .

***M**arginal **P**hysical **P**roduct*	MPP = (ΔY/ΔX) = (∂TP/∂X)	الناتج الحدي الفيزيقي

يعرف الناتج الحدي بأنه التغير في الإنتاج الكلي نتيجة تغير وحدة إضافية في العامل الإنتاجي المتغير. ويقاس الناتج الحدي الفيزيقي هندسياً بميل الخط الذي يمس دالة الإنتاج عند النقطة المقابلة لهذا المستوى من المورد المتغير.

يتوقف شكل منحنى الناتج الحدي إلى حد كبير على شكل منحنى الناتج الكلي. ويعرف الناتج الحدي بأنه الزيادة في الناتج الكلي الراجعة إلى الزيادة في كمية المورد المتغير بوحدة واحدة .

***E**lasticity of Production*	E = (MPP / APP)	مرونة الإنتاج

تستخدم مرونة الإنتاج لتقدير درجة استجابة الناتج Y للتغير في المورد المتغير X . أي هي عبارة عن التغير النسبي في المتغير التابع مقسوماً على التغير النسبي في المتغير المستقل وعلى ذلك فإن:

المرونة الإنتاجية = مرونة منحنى الناتج الكلي = التغير النسبي في الناتج/التغير النسبي في مورد الإنتاج

$$E = (\Delta Y / Y) / (\Delta X / X) = (\Delta Y/\Delta X) / (Y/X)$$

مراحل الإنتاج:

يمكن تقسيم المراحل الإنتاجية لدالة الإنتاج السابقة إلى ثلاث مراحل انطلاقاً من قواعد فنية واقتصادية.

المرحلة الأولى:

تمتد هذه المرحلة من نقطة الأصل التي تكون فيها الوحدات المستخدمة من عنصر الإنتاج المتغير مساوية للصفر حتى النقطة (B) مروراً بالنقطة (A) التي يصل فيها منحنى الإنتاج الحدي (MPP) لعنصر العمل إلى نهايته العظمى حيث يتزايد كل من APP،MPP وذلك باستخدام عناصر الإنتاج (العمل)، إلا أن تزايد الناتج الحدي يكون بدرجة أعلى وأسرع من تزايد (APP) وبعد النقطة A يتناقص MPP بينما يستمر APP في التزايد حتى يصل لنهايته العظمى عند B ويتقاطع مع MPP في تلك النقطة. وتتسم المرحلة الأولى بالتالي:

i. الناتج الكلي يساوي الصفر عندما تكون كمية المورد المتغير مساوية للصفر.
ii. يزداد الناتج بمعدل متزايد ثم بمعدل متناقص.
iii. الناتج الحدي يتزايد ويكون أعلى من الناتج المتوسط ويصل لأقصى قيمة ثم يهبط.
iv. الناتج المتوسط يتزايد ولكن أقل من الناتج الحدي.
v. يتساوى الناتج الحدي مع الناتج المتوسط عند نهاية المرحلة الأولى وعندها يصل الناتج المتوسط لأقصاه.
vi. مرونة الإنتاج للمورد المتغير تكون أكبر من الواحد الصحيح (الناتج الحدي يتزايد بمعدل متزايد) أو أقل من الواحد الصحيح (ناتج حدي يتزايد بمعدل متناقص)

المرحلة الثانية:

تقع هذه المرحلة بين نهاية المرحلة الأولى حيث نقطة النهاية العظمى للناتج المتوسط (B) وبين النقطة التي يصل فيها الناتج الحدي لعنصر العمل إلى الصفر (C)، وفي هذه المرحلة نلاحظ تزايد (TPP) الذي يصل إلى أقصاه وتتناقص كل من (MPP،APP) إلا أن (APP) يبقى موجباً و(MPP) يتناقص بدرجة أسرع منه. وتمثل هذه المرحلة أفضل تشكيلة أو تناسب بين العنصر الإنتاجي المتغير (العمل) والعوامل الثابتة (الأرض مثلاً) للحصول على أفضل ناتج وهذه المرحلة تمتد من النقطة (B) إلى النقطة (C) وتوصف بأنها المرحلة الاقتصادية للإنتاج.

تتسم المرحلة الثانية بالتالي:

i. الناتج الكلي يتزايد بمعدل متناقص حتى يصل إلى قمته في نهاية المرحلة الثانية.
ii. الناتج الحدي ينخفض وكذلك الناتج المتوسط.
iii. الناتج الحدي يكون أقل من الناتج المتوسط أثناء الانخفاض.
iv. الناتج الحدي يصل إلى الصفر عندما يصل الناتج الكلي إلى حده الأقصى.
v. مرونة الإنتاج للمورد المتغير أقل من أو تساوي الواحد ولكن أكبر من أو تساوي الصفر.

المرحلة الثالثة:

تبدأ من نقطة نهاية المرحلة الإنتاجية الثانية. وتغطي هذه المرحلة المنطقة التي يكون فيها(MP) لعنصر العمل سالباً أي يبدأ من النقطة (C) ويلاحظ في هذه المرحلة تناقص كل من (AP،TP) بينما يكون (MP) سالباً، وعلية فأن المنتج لن يستمر في الإنتاج في هذه المرحلة.

تتسم المرحلة الثالثة بالتالي:

i. الناتج الكلي يتناقص.
ii. الناتج المتوسط يتناقص ولكن لا يصل إلى الصفر.
iii. الناتج الحدي يتناقص بعد أن يكون قد وصل إلى الصفر أي يقع في منطقة الإنتاج السالب.
iv. مرونة الإنتاج للمورد المتغير أقل من الصفر.