البرمجة الخطية: أحد الأساليب الرياضية التي يستخدمها مدير المزرعة لإعداد خطة المزرعة لغرض الحصول على أعلى إنتاج ممكن أو أعلى ربح ممكن أو تحمل المشروع أقل تكلفة ممكنة على أساس تحديد الاستخدام الأمثل لعناصر الإنتاج المتوفر لديه.

وتسمى الدالة في مسألة البرمجة والمراد إيجاد أفضل حل (إما تعظيم او تقليل) دالة الهدف أما التعابير الرياضية التي تشير إلى الموارد وتحديد كميتها تسمى بالقيود وعندما تكون العلاقات بين المتغيرات سواء دالة الهدف أو القيود خطية فإن مسألة البرمجة تسمى مسألة البرمجة الخطية.

- طرق حل النماذج في البرمجة الخطية:

١- الطريقة البيانية.

٢- طريقة السمبلكس.

أولاً: الحل البياني:

يتطلب تطبيق الحل البياني أن يكون عدد المتغيرات اثنان فقط حتى يمكن تمثيلها على المحورين الأفقي والرأسي.

مثال: مصنع ينتج سلعتين وفقاً للظروف الآتية، حيث هناك عمليتين إنتاجيتين تجميع وتشطيب، الحد الأقصى لساعات العمل كالتالي: عملية التجميع ٣٠٠ ساعة وعملية التشطيب ٣٢٠ ساعة. يحتاج إنتاج الوحدة من السلعة الاولى إلى ٦ ساعات تجميع و ٨ ساعات تشطيب، ويحتاج إنتاج الوحدة من السلعة الثانية إلى ٦ ساعات تجميع و ٤ ساعات تشطيب. ربح الوحدة من السلعة الاولى ١٢٠ ل.س وربح الوحدة من السلعة الثانية ١٠٠ ل.س. أوجد نموذج البرمجة الخطية بافتراض أن المصنع يرغب في تحقيق أقصى ربح في ظل ظروف التشغيل السابقة.

١- تحديد دالة الهدف وهي دالة الربح الممثلة بالعلاقة:

$$\pi = 120\ Y_1 + 100\ Y_2$$

٢- وضع القيود حسب الفرضيات على الشكل التالي:

قيد التجميع $6x_1 + 6x_2 \leq 300$

قيد التشطيب $8x_1 + 4x_2 \leq 320$

قيد عدم السلبية $X_2, X_1, Y_2, Y_2 \geq 0$

٣ – تمثل الدالة والقيود بيانياً كما يلي:

- رسم المحورين العمودي والأفقي حيث يمثل Y_1 على المحور الأفقي و Y_2 على المحور العمودي (الجزء الموجب من كل منهما).
- تحديد نقطتين لكل مستقيم (من معادلة القيد بمساواة X_1 بالصفر في المرة الاولى و X_2 بالصفر بالمرة الثانية).

$$6x_1 + 6x_2 = 300$$

$x_1 = 0 \rightarrow x_2 = 50$ A (0 – 50)

$x_2 = 0 \rightarrow x_1 = 50$ B (50 – 0)

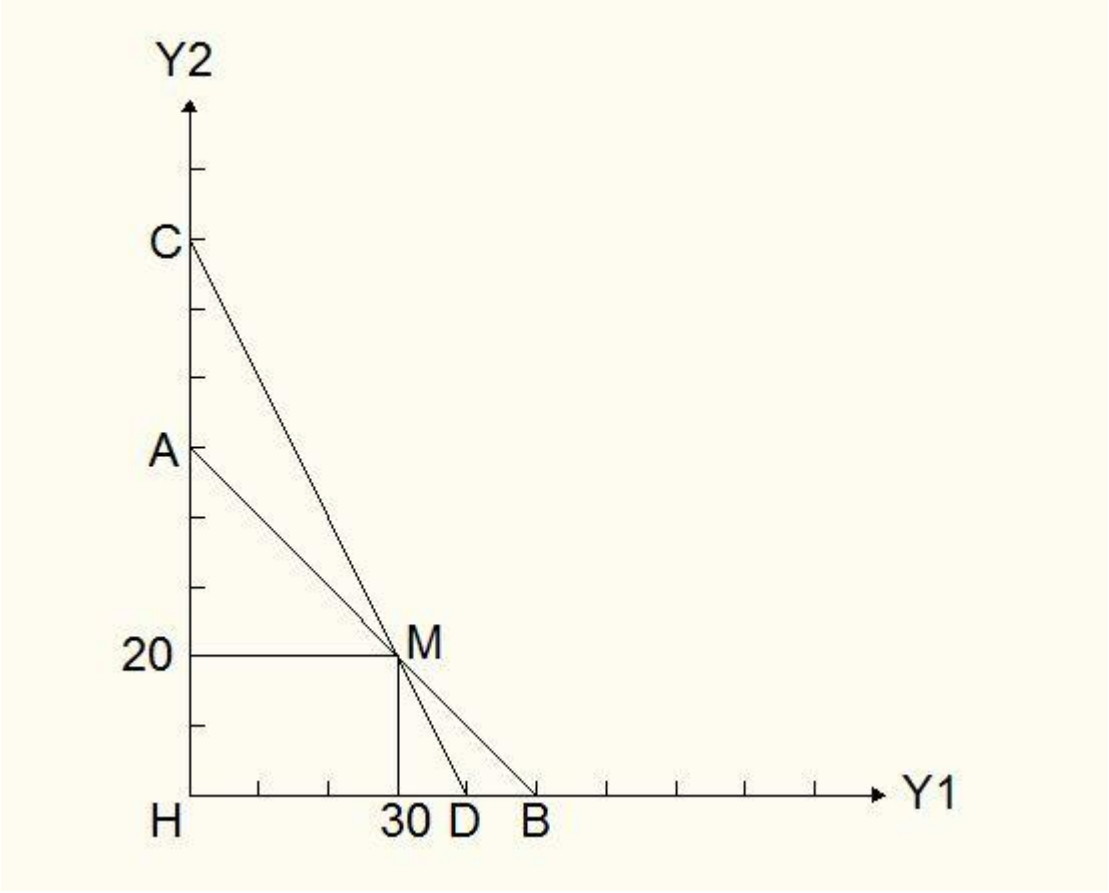
$8x_1 + 4x_2 = 320$

$X_1 = 0 \rightarrow x_2 = 80$ C(0 – 80)

$X_2 = 0 \rightarrow x_1 = 40$ D(40 – 0)

- رسم المستقيمات المعبرة عن المعادلات.
- تعيين نقطة ضمن منطقة الإمكانيات المتاحة التي تعطي أفضل النتائج (أعلى عائد أو أقل تكلفة) وعادة ما تكون نقطة تقاطع مستقيمات وتكون في حالة تعظيم الأرباح أبعد ما يكون عن نقطة الأصل و في حالة تقليل التكاليف أقرب ما يكون من نقطة الأصل.

شكل رقم (١) الطريقة البيانية للبرمجة الخطية



- من الرسم نجد أنه يمكن أن ننتج أي توليفة من العمليتين تقع ضمن المنطقة المظللة AHMD وتسمى هذه المنطقة بالمنطقة المنظورة أي أن الحل يمكن أن يقع داخل أو على حدود أي نقطة في هذه المنطقة.

- تم تحديد النقطة التي يكون عندها الربح أعلى ما يكون وهنا يأتي دور دالة الهدف.

لرسم دالة الهدف يجب معرفة قيمة الربح لذا نفترض قيمة واحدة للربح ونرسم معادلة المستقيم بشكل مشابه للقيود ثم نحرك المسطرة بشكل موازي للمستقيم الناتج ونرسم مستقيمات ذات ميل ثابت موازية.

ويجب ملاحظة أن جميع مستقيمات دالة الهدف متوازية بغض النظر عن اختلاف قيم π وذلك لأن ميل المستقيمات ثابت لا يتغير، والذي يغير ميل المستقيم هي معاملات Y_1، Y_2 وليس قيمة π.

بما أننا نبحث عن تعظيم الأرباح لذا سوف نختار المستقيم الذي يمس المنطقة في أبعد مكان عن نقطة الأصل، وبما أن خط الربح لا يوازي أحد القيدين سيكون الحل حكماً أحد نقاط الزوايا لمنطقة الحل الممكنة، وفي حالتنا

هذه تكون النقطة M هي الحل المنشود وبإسقاط عمودين على المحورين نوجد إحداثيات النقطة (٢٠ – ٣٠) التي تمثل التوليفة المثلى من العمليات.

ثانياً: الحل الرياضي:

كما ذكرنا سابقاً بأنه من الشكل السابق وبحدود المتاح من الموردين فإنه يمكن إنتاج أي توليفة من العمليتين x_1، x_2 تقع على المنحنى AMD أو على يساره أي أن مساحة الشكل المحدب AHDM (المنطقة المنظورة) يوجد بداخلها او على حدودها جميع التوليفات التي يمكن القيام بها من العمليتين وفق الإمكانيات المتاحة من الموردين وبالتالي تكون الحلول المقترحة تتمثل في زوايا الشكل المحدب وبالتالي نحل جبرياً حسب الجدول:

الحلول المقترحة	X_1	X_2	الدالة الهدف	قيمة الربح
A	0	50	0 + 5000	5000
H	0	0	0 + 0	0
D	40	0	4800 + 0	4800
M	30	20	3600 + 2000	5600

من الجدول تبين أن أقصى ربح ممكن هو 5600 وتحققه النقطة M وهي نقطة تقاطع القيدين.